الأخطاء المفاهيمية في مفهومي النهاية والإتصال لدى طلبة التخصصات العلمية في جامعة اليرموك

Misconceptions in the Concepts of Limit and Continuity among the Students of Scientific Disciplines at Yarmouk University

إعداد

سوسن طه مصطفى جرادات

إشراف الأستاذ الدكتورة

أمل عبدالله خصاونة

حقل التخصص- مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها

٢٠١٤م

الأخطاء المفاهيمية في مفهومي النهاية والإتصال لدى طلبة التخصصات العلمية في جامعة اليرموك

إعداد

سوسن طه مصطفى جرادات

بكالوريوس رياضيات، جامعة آل البيت، ٢٠٠٧م

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير في التربية تخصص مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها

وافق عليها

أمل عبدالله خصاونه...مشرفاً ورئيساً

أستاذ في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها

علي محمد الزعبي...عضواً

أستاذ مشارك في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها

ربى محمد فخري مقدادي...عضواً

أستاذ مساعد في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها

تاريخ المناقشة: ٢٤ / ٧/ ٢٠١٤م.

الإهداء

قال تعالى: (شَهِدَ اللهُ أَنَّهُ لَآ إِلَـهَ إِلَّا هُوَ وَالمَلَائكَةُ وَأُوْلُوا العِلمِ قَآئِمَاً بِالقِسطِ) آل عمران- آية ١٨

أهدي هذا العمل المتواضع...

إلى أرواح جدي وجدتي تغمدهما الله بواسع رحمته وأسكنهم فسيح جنانه إذ غرسوا في نفسي الثقة.

إلى النور الذي ينير لي درب النجاح، لك كل الحب والإحترام

أبي.

إلى من لم تألُ جهداً في تربيتي، ومن علّمتني الصمود مهما تبدلت الظروف

أمي.

إلى من كلّت أناملها لتقدّم لي علماً بإخلاص

مشرفتي.

إلى كل من علّمني حرفاً أصبح سنا برقه يُضيء الطريق أمامي

أساتذتي.

سوسن طه جرادات

شكر وتقدير

بعد حمد الله تعالى والثناء عليه وشكره على نعمته أن وفقني لإنجاز هذا الجهد العلمي المتواضع...

أتقدم بخالص الشكر والتقدير وجزيل الثناء إلى مشرفتي الفاضلة الأستاذ الدكتورة أمل عبدالله خصاونة التي أفنت جزءاً كبيراً من وقتها وجهدها في سبيل أن تخرج هذه الدراسة على أفضل وجه.

كما أتقدم بخالص الشكر والتقدير لأعضاء لجنة المناقشة الدكتور علي الزعبي والدكتورة ربى مقدادي على تفضلهما قبول المشاركة في مناقشتي والذي كان لملاحظاتهما الأثر البارز في إثراء هذه الدراسة، فلهما من الله خير الجزاء.

كما أتقدم بخالص شكري وعظيم امتناني للدكتور حمزه محمود جرادات على ما قدمه لي من ملاحظاتٍ قيّمه على أداة الدراسة وكذلك لما بذله من جهد كمحلل خارجي لتحقيق ثبات التحليل.

ولا يسعني في هذا المقام إلا أن أتوجه بالشكر لأعضاء هيئة التدريس في قسم الرياضيات في جامعة اليرموك لإفساح المجال لي بتطبيق أدوات الدراسة، وأخص بالذكر منهم الأستاذ الدكتور موفق حجه.

والشكر الموصول إلى كل من ساهم بإخراج هذا العمل إلى حيز الوجود

سوسن طه جرادات

المحتوى

قائمة الجداول

قائمة الأشكال

قائمة الملاحق

الملخص

جرادات، سوسن طه مصطفى. الأخطاء المفاهيمية في مفهومي النهاية والإتصال لدى طلبة التخصصات العلمية في جامعة اليرموك. رسالة ماجستير، جامعة اليرموك، ٢٠١٤.

(المشرفة: أ.د أمل عبدالله خصاونه)

هدفت هذه الدراسة إلى تقصي الأخطاء المفاهيمية في مفهومي النهاية والإتصال، التي يقع بها طلبة التخصصات العلمية في كليات العلوم، والحجاوي للهندسة التكنولوجية، وتكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب في جامعة اليرموك. استُخدم لأغراض جمع البيانات في هذه الدراسة إختبار تشخيصي مفاهيمي تمَّ إعداده في ضوء مجموعةٍ من الأُسس والأهداف. وقد تمَّ إجراء هذه الدراسة على مرحلتين، في المرحلة الأُولى قُدِّم الإختبار التشخيصي المفاهيمي لِعينة- أُختيرت بالطريقة العشوائية العنقودية- مكونة من (٢٦٦) طالباً وطالبة من طلبة التخصصات العلمية في الجامعة ممن اجتازوا بنجاح مقرر التفاضل والتكامل ر(١٠١) وسجَّلوا مقرر التفاضل والتكامل ر(١٠٢)، وذلك في بداية الفصل الدراسي الأول لعام ٢٠١٣/٢٠١٤، وقد تكون الإختبار من سبعِ فقرات تناولت مفاهيم النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند نقطةٍ معطاة. وفي المرحلة الثانية تمَّ إجراء مقابلاتٍ مع (١٢) طالباً وطالبة من طلبة العينة أُختيروا عشوائياً من بين الطلبة الذين ارتكبوا مجموعة من الأخطاء في الإختبار التشخيصي بعد تصحيحه، إذْ تمَّ استخدام ثمانية أسئلة لأغراض المقابلة.

أظهرت النتائج وقوع الطلبة في عددٍ من الأخطاء المفاهيمية، تمَّ تصنيفها في (٦) فئاتٍ مختلفة، وكانت: أخطاء مفاهيمية في تصور مفهوم النهاية ونهاية إقتران عند نقطةٍ ما، وأخطاء مفاهيمية في الربط بين مفهومي النهاية والإتصال وكون الإقتران معرَّفاً عند نقطةٍ معطاة، وأخطاء مفاهيمية

في فهم التعريف غير الرسمي لنهاية إقتران عند نقطة، وأخطاء مفاهيمية في خصائص مفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ، وأخطاء مفاهيمية في أساسيات إتصال إقتران عند نقطة، وأخطاء أُخرى تضمَّنت أخطاء إجرائية وأخطاء في فهم حقائق الإقتران النسبي. وفي ضوء النتائج خلصت الدراسة إلى مجموعةٍ من التوصيات.

الكلمات المفتاحية: الأخطاء المفاهيمية، التفاضل والتكامل، مفهوم النهاية، مفهوم الإتصال، التخصصات العلمية.

الفصل الأول

خلفية الدراسة وأهميتها

مقدمة

يُعد حساب التفاضل والتكامل واحداً من المقررات الأساسية في الرياضيات، وقد اكتُشف في القرن السابع عشر من قِبل العالمين إسحق نيوتن I.Newton، ووليم ليبنز W.Leibniz. ويبحث في كمياتٍ متناهيةٍ في الصغر وذلك فيما يتعلق بالإقترانات (أي التغيُرات البسيطة التي تحدث في الإقتران)؛ مثل معدلات التَّغير، والمساحات، والحجوم، ودرجات الميل (نسب الزيادة والنقصان). كما يُشكّل موضوع التفاضل والتكامل أهميةً بالنسبة لمقررات الرياضيات الجامعية الأُخرى ويوفر أساساً لكثيرٍ من مواضيع الرياضيات المتقدمة، مثل نظرية الإحتمالات، والمعادلات التفاضلية، ويمتدُ أثرُهُ إلى تعزيز فهم عدد من التخصصات العلمية مثل الهندسة، والحاسوب، والعلوم الطبيعية.

وعلى الرغم من أهمية هذا المقرر، فقد أثبتت كثيرٌ من الدراسات وجود صعوباتٍ لدى الطلبة في فهم المفاهيم التي يحتويها، ارتبطت بشكلٍ رئيس مع بعض المفاهيم مثل: الإقتران، والنهاية، والمماس. ومما يجدرُ ذكره أنَّ واحداً من الأسباب التي تجعل لدى الطلبة صعوباتٍ في تعلُم مفاهيم هذا المقرر والموازنة بين فهم المفهوم وأداء الإجراءات الرياضية عليه، هو معتقدات الطلبة حول الرياضيات بشكلٍ عام والتفاضل والتكامل بشكلٍ خاص (Mahir, 2009)، فوفقاً لدراسةٍ أجراها أوكس Oaks المشار إليه في ماسينجيلا وبورتر (Masingila and Porter, 2001) أفادت بأنَّ بعض الطلبة غير مدركين لوجود مفاهيم كامنه وراء الإجراءات التي يقومون بها، ويعتقدون أنَّ أداء الرياضيات هو تنفيذ عملياتٍ لا نهايةٍ لها على رموزٍ لا معنىً لها. وقد أضاف على ذلك آسبن ويل وميلر (Aspinwell and Miller, 1997) بأنَّ الطلبة يعتبرون القدرة على أداء الحسابات هي النتيجة

الأساسية التي سيخلصون بها من دراسة مقرر التفاضل والتكامل، وبالتالي فإنَّ الطلبة عندما ينتهون من دراسة هذا المقرر يخرجون بقليلٍ من الفهم المفاهيمي.

وهنا لابدَّ من الإشارة الى نوعي المعرفةِ الرياضية المتمثلان بالمعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، وكما أوضح سكيم (Skimp, 1987) فتتمثل المعرفة المفاهيمية بالمفاهيم الرياضية التي تشكّل شبكةً من الروابط والمعرفة المتصلة مع أجزاءٍ أُخرى من المعارف التي تستند إلى المقدرة على أداء الإجراءات جنباً إلى جنب مع المفاهيم الرياضية، أما المعرفة الإجرائية فتتمثل بالمقدرة على أداء الإجراءات وتتكون من اللغة الرسمية للرياضيات، والقواعد، والخوارزميات التي تُستخدم لحل المهام الرياضية.

وبالإشارةِ إلى مكوني المعرفة الرياضية، لا يعني أنَّه من الممكن الفصل بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية وإنَّما تتضمن كلّ منهما الأُخرى، فالمرونة اللازمة للتعامل مع أنواعٍ مختلفة من المسائل لا يمكن اكتسابها إلاَّ من خلال الفهم المفاهيمي. وعلاوةً على ذلك، وكما جاء في دراسة جابل و كيلباترك (Chapell and Killpatrick, 2003) فإنَّ الفهم المفاهيمي يزيد القدرة والكفاءة الإجرائية. ومن ناحيةٍ أُخرى، فإنهُ من الضروري تحقيق التوازن بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية لنجاح تعليم الرياضيات وتحقيق التعلُّم الدائم والفعَّال عند الطلبة وذلك من خلال التأكيد على المفاهيم والعلاقات أكثر من التركيز على تقنيات حل المسألة، ولِما يتطلبه التعلُّم المفاهيمي من نشاطٍ عقلي جاد، نجد الطلبة يتجنبون هذا الأمر ويُفضّلون حفظ خوارزميات الحل والقواعد الإجرائية.

وفيما يتعلق بفهم المفهوم، لابد من الإشارة أنَّ تعلُّم الطلبة للمفهوم يتضمن تصور المفهوم وتعريف المفهوم، وقد نشأ التمييز بين تصور المفهوم وتعريفه في عمل تال وفينر ودريفوس

(Tall, Vinner, and Dreyfus) حيث بيّنوا في دراستِهم أنَّ تعريف المفهوم هو الصياغة اللغوية المعتادة التي ترسم حدود الكلمات والعبارات، وأوضحوا أنَّ تصور المفهوم يتألف من التمثيلات البصرية، والصور الذهنية، والخبرات، والإنطباعات التي يُثيرها اسم المفهوم، فهو الصورة الذهنية التي يبنيها الطلبة لكل مفهوم رياضي. (Thompson, 1994)

وقد جاء عن أوزبل (Ausubel) "أنَّ العامل الأكثر أهمية في التأثير على التعلُّم هو ما يعرفهُ المُتعلِّم من قبل" (DeMarois, 1996, p. 24)، فالتعرض القبلي للمفهوم قد يُسبب خلطاً بين تصور المفهوم النابع من خبرات في المواقف الحياتية والتعريف الدقيق للمفهوم بسبب الشبكة المعرفية غير الملائمة المتكونة في أذهان الطلبة عن أي مفهوم، حيثُ أنَّ الطلبة يشكّلون تصورهِم الذهني الخاص بهم فيحصل التداخل بين تعريف المفهوم وتصور المفهوم الذي قد شابَهُ معارفَ سابقه. ولتحقيق التعلُّم المثالي لمفاهيم الرياضيات المختلفة، لابدَّ من توجيه الجهود نحو تشكيل تصور المفهوم الرياضي بشكلٍ صحيح وكذلك الكشف عن التصورات المفاهيمية المسبقة لدى الطلبة عن مفهومٍ ما، لِما تشكّله التصورات المفاهيمية غير الصحيحة من عقباتٍ كبيرة في التعلُّم الدقيق عند الطلبة. (Akgun, Duru, Isleyen, Soylu, and Tatar, 2010)

واليوم حيثُ يستندُ نظام التعليم على الفهم المفاهيمي، فإنَّ العامل الرئيس الذي يُعرقل التعليم الفعّال للرياضيات، هو التصور الخاطىء للمفاهيم الذي ينتج عنه الأخطاء المفاهيمية والتي تُعتبر عوامل هامة تؤثر على التعلُّم وتعيق تحقق التعلُّم ذي المعنى. وقد صنَّف كاثلين Kathleen المشار إليه في سيتن (Cetin, 2009) الأخطاء المفاهيمية في مجموعتين أساسيتين: الأخطاء المفاهيمية المكتسبة من خلال التعلُّم، والأخطاء المفاهيمية المكتسبة من خلال التجارب وهي مشتقة من التفسيرات المنطقية للطلبة بإستخدام معارفهم السابقة.

ولِما لمقرر حساب التفاضل والتكامل من أهميةٍ في الرياضيات الجامعية حيث تنطلقُ المفاهيم الرياضية المختلفه فيه من مفهومٍ هام تستند عليه كثير من المقررات الأُخرى سواءً العملية أو النظرية، ويتمثل هذا المفهوم بمفهوم النهاية التي تضعُ إطاراً لازماً لإكتساب المفاهيم الأساسية مثل: الإتصال والإشتقاق والتكامل ووفقاً لما جاء في تال (Tall, 1992) أنَّ فكرة النهاية تعبِّر عن مستوىً متقدم من التفكير الرياضي، فقد حاز هذا المفهوم على تركيز كثيرٍ من البحوث والدراسات وعَكَسَ أغلبها بأنَّ الطلبة يواجهون مشاكل عند تعلُّمهم لمفهوم النهاية. وهناك إتفاق عام في الأدب السابق بأنَّ الطلبة لديهم مشكلة في فكرة النهاية سواءً أكانت في سياق الإقتران والإتصال أو المتتاليات والمتسلسلات.

إضافةً إلى ما سبق، فإنَّ الكثير من المشكلات والصعوبات التي يواجهها الطلبة في التعامل مع المفاهيم التي تعتمد على مفهوم النهاية، مرتبطة مع الصعوبات التي يواجهونها بفهم هذا المفهوم وذلك كما أظهرته دراسةً أجرتها بزويدهوت (Bezuidenhout) أنَّ السبب الرئيس للصعوبات التي يواجهها الطلبة في تعلُّم الإتصال، والإشتقاق، والتكامل هو النقص في تعلُّم مفهوم النهاية، ويمكن أن يعود السبب في ذلك للروابط العقلية والتمثيلات الذهنية الضعيفة وغير الملائمة بين معرفة النهاية ومعرفة مفاهيم التفاضل والتكامل الأُخرى. (Bezuidenhout, 2001)

كما أضافت على ذلك جوتر (Juter, 2006) في دراستها لمفهوم النهاية بأنَّه على المدرِّسين في الجامعات إدراك الكيفية التي يشكِّل بها الطلبة تصوراتِهم للمفهوم في وقتٍ مبكر عن النهاية واللانهاية، ومحاولة تقديم فرص لتطوير الإدراك لديهم الذي غالباً ما يكون محدوداً وغير ناضج بما فيه الكفاية. فالطلبة يمتلكون عدداً من الأفكار، والتصورات، والمعارف من خبرات الحياة اليومية وذلك قبل بدء تعلُّم هذا المفهوم. وقد وصف كورنو (Cornu, 1991) هذه التصورات التي تحدث قبل التعليم الرسمي بأنها تصوراتٍ عفوية تلقائية، وخلال دراسة مفهوم النهاية في المقرر فإنَّ هذه

الأفكار العفوية لا تختفي ولكنها تختلط مع المعرفة الجديدة المكتسبة وتتعدل وتتكيف لتُشكّل بمُجملِها أفكار الطلبة الشخصية عن موضوع النهاية.

ويرى تال (Tall, 1992) أنَّ فكرة النهاية من المفاهيم الرياضية التي يواجهها المتعلّم ولا يستطيع إيجاد إجابة واضحة ومحددة لها من خلال الحسابات الرياضية المباشرة واستخدام الطرق المألوفة في الجبر والحساب. وقد بيَّن كورنو Cornu المشار إليه في جوردان (Jordaan, 2005) أنَّ كلمة النهاية نفسها يُمكن أن تملك عدة معاني مختلفة، وغالباً ما يعتبرها المتعلّم بأنها حد لا يمكن إجتيازه، ويراها آخرون بأنها حد لا يمكن إجتيازه ولكن يمكن الوصول إليه.

وقد كشفت الأبحاث بعضاً من أنواع الأخطاء المفاهيمية التي يقع بها الطلبة حول هذا المفهوم، إذْ يُشير فينر (Vinner, 1991) في دراسته إلى إرتكاب الطلبة أخطاء في مفهوم النهاية تنشأ من إعتبار الطلبة للعملية غير المنتهية على أنها النهاية نفسها بدلاً من رؤية النهاية على أنها نتيجةً لعملية لانهائية. وأكّد على ذلك ويليامز (Williams, 1991) أنَّ تصور مفهوم النهاية غالباً ما يكون محيراً بالنسبة للمتعلّم وذلك بطرح أسئلة مثل: هل يمكن للإقتران أن يصل إلى نهايته؟ أي أن يتساوى الإقتران مع النهاية، وفيما إذا كانت النهاية هي حد، وكذلك فيما إذا كانت هي عملية تُجرى على الإقتران.

وذكر فريني- موندي ولوتين وتال Ferrini –Mundy, lauten, Tall المشار إليهم في روه (Roh, 2008) أنَّ مفهوم النهاية هو واحد من أكثر الأفكار أساسيةً ليس فقط في فهم التفاضل والتكامل ولكن أيضاً في تطوير التفكير الرياضي في مجال التفاضل والتكامل. وعلاوةً على ذلك، فإن الفهم الخطأ لمفهوم النهاية يؤدي إلى عدم فهم مفاهيم أُخرى مثل: الإتصال والإشتقاق. ووافق

كورنو(Cornu, 1991) على أنَّ مفهوم "النهاية" يحتلُ مكانةً مركزية في التحليل الرياضي كأساسٍ لنظرية التقريب، والإتصال، والإشتقاق، والتكامل، ويرى أنَّ هذا المفهوم فكرةً صعبةً للغاية.

وقد أُجري العديد من الدراسات حول هذا المفهوم كشفت معظمها أنَّ الطلبة يواجهون مشاكل في تعلُّم هذا المفهوم، كما يواجه معلمو الرياضيات صعوبةً في تدريس مفهوم النهاية لأنَّهُ يتطلب عمليات تفكير متقدمة، فقد أظهرت دراسة أجراها هوف (Hofe, 1997) بشأن الصعوبات المتعلقة بالنهايات، أنَّ الطلبة قادرون على إيجاد النهاية عند نقطةٍ معينة ولكن لديهم صعوبة في مرحلة بناء مفهوم النهاية، ومن ناحيةٍ أُخرى فإنَّ من المشكلات المتعلقة بنهايات الإقترانات هي: حساب نهاية الإقتران عند نقطة، وإثبات وجود النهاية، وتعريف مفهوم نهاية الإقتران، والتحقق من صحة البرهان.

وتنشأ هذه الأخطاء المفاهيمية عندما لا يتصور الطلبة العمليات غير المنتهيه، وهذا ما توصَّل إليه سيتن (Cen , 2009) فيما يتعلق بفهم الطلبة لمفهوم النهاية، فوجد أن الطلبة الذين لا يملكون القدرة على فهم العمليات غيرِ المنتهية يخلِطون بين النهاية وتقريب النهاية وقيمة الإقتران عند نقطة، وقد أضاف أيضاً أنَّ واحدةً من الوسائل الممكنة لمعرفة فيما إذا كان الطلبة قد تعلَّموا مفهوم النهاية أم لا، هي معرفة ما إذا كان الطلبة قادرين على توظيف مفهوم النهاية لحل المسائل عندما يكون ذلك ملائماً، وتَمييز أنَّ هناك علاقة بين قيمة نهاية الإقتران عند نقطة، وقيم الإقتران عند نقاطٍ قريبة بما فيه الكفاية من تلك النقطة.

وتعود جذور هذه القضايا والصعوبات في فهم مفهوم النهاية الى السؤال التالي: كيف يمكن لعددين الإقتراب من بعضهما البعض دون أن يشكّلوا نفس العدد؟، والإجابة الفعَّالة التي أعطاها نيوتن وليبنز كانت أنَّه يوجد كمياتٍ متناهيةٍ في الصغر، ويُعتقد أنها كمياتٍ موجبة وهي أصغر من أي عددٍ حقيقي ولا تساوي الصفر. وعلى الرغم من نجاح طرق نيوتن وليبنز، لكن فكرة الكميات المتناهية في

الصغر أصبحت صعبةً جداً خلال القرن الثامن عشر وكانت الشكوى الرئيسة أنّه من المستحيل التخيّل بشكلٍ ملموس بأنَّ هناك شيئ صغيرٌ جداً دون أساسٍ نظري متين لهذه الفكرة الجديدة. (Jordaan, 2005)

وبما أنَّ مفهوم نهاية الإقتران عند نقطةٍ ما، هي مركزية لدراسة حساب التفاضل والتكامل، جاءَت هذه الدراسة لتُركّز على تشخيص وتصنيف الأخطاء المفاهيمية لدى طلبة التخصصات العلمية في جامعة اليرموك في مفهومين من مقرر التفاضل والتكامل، هما النهاية والإتصال، وتركزت على نهاية وإتصال الإقترانات عند نقطةٍ معطاة.

وقد تبلورت فكرة الدراسة الحالية إنطلاقاً من أهمية موضوع النهاياتِ والإتصال، وأهمية اكتساب الطلبة لهذهِ المفاهيم الرياضية المختلفة ومستويات الإدراك لها من خلال الوقوف على الأخطاء المفاهيمية لديهم، بالإضافة إلى مشكلة تدني التحصيل في مقرر التفاضل والتكامل كما أفاد مدرّسون في قسم الرياضيات في جامعة اليرموك. كما دعت قلة الأبحاث والدراسات في هذا المجال على المستوى المحلي وكذلك العربي- على حسب إطلاع الباحثة- للإجابة على جملةٍ من الأسئلة التي ربّما تُسهم الإجابة عنها في زيادةِ الإهتمام والتركيز على الفهم المفاهيمي لدى الطلبة، من خلال العمل على تنمية مستوى التفكير وتحسين نوعية معرفة الطلبة ورفع مستوى أدائهم وإنجازهم.

مشكلة الدراسة وأسئلتها:

أدركت الباحثة مشكلة الدراسة عندما قامت بشرح مواضيع في النهايات والإتصال بشكلٍ تطوعي في مقرر التفاضل والتكامل ر ١٠١ "Calculus101" وذلك في مطلع الفصل الدراسي الأول من العام الجامعي٢٠١٣/ ٢٠١٤، ولاحظت تدني مستوى الطلبة في فهم مفاهيم النهايات والإتصال. كما قامت بإجراء مقابلاتٍ غير منظّمة مع مجموعة من أعضاء هيئة التدريس الذين يدرّسون مقرر حساب التفاضل والتكامل في جامعة اليرموك وكذلك ممن يدرّسون النهايات والإتصال في المرحلة

الثانوية، وعلِمتُ منهم تدني مستوى الطلبة في فهم مفاهيم النهايات والإتصال في هذا المقرر، وأقروا بوجود أخطاء لدى الطلبة أثناء إيجادهم نهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة، واختبار الإتصال أو عدم الإتصال للإقتران عند تلك النقطة وقد يعود هذا في أساسه إلى نقص الفهم المفاهيمي عند الطلبة في هذا المقرر. وكما ذكر أحد الأساتذة في قسم الرياضيات في الجامعة أنهُ يوجد ضعف في مقدرة الطلبة عند التعامل مع المواضيع التي يعتمد تعلُّمها على موضوع النهايات والإتصال، إضافةً إلى إرتفاع نسبة الرسوب في مقرر حساب التفاضل والتكامل. ونتيجةً لذلك اتَّجهت الباحثة إلى محاولةِ تحديد الأخطاء المفاهيمية التي يقع بها الطلبة في مفهومي النهاية والإتصال، ومن هنا ربما تكمن المشكلة في تدني مستوى الفهم المفاهيمي لدى الطلبة لهذين المفهومين.

وبالتحديد حاولت هذه الدراسة الإجابة عن الأسئلةِ الآتية:

١- ما تصور الطلبة لمفهوم النهاية في الرياضيات، ونهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة؟

٢- كيف يربط الطلبة بين إتصال أو عدم إتصال الإقتران عند نقطة، مع وجود النهاية أو عدمها عند تلك النقطة، وكون الإقتران معرفاً أم لا عند النقطة؟

٣- ما الأخطاء المفاهيمية التي يرتكبها الطلبة في مفهومي النهاية والاتصال، وما نسبها حسب الكلية العلمية التي ينتمي لها الطلبة ؟

أهمية الدراسة:

تكمن أهمية هذه الدراسة في تحديد الأخطاء المفاهيمية لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى في جامعة اليرموك في مفهومي النهاية والإتصال ومعرفة تصور الطلبة لمفهوم النهاية في مقرر حساب التفاضل والتكامل، وتنطلق هذه الأهمية من كونها تقود لفهمٍ أفضل لعملية تفكير الطلبة في هذه المفاهيم الأساسية، وكيفية تعلُّمهم لها. كما أن الكشف عن الأخطاء المفاهيمية وتحديدها لدى الطلبة

يمكن أن يوظَّف في التخطيط لإستراتيجيات وطرق تدريس أكثرُ فعالية بحيث تُبرز أهمية مفهوم النهاية لتعلُّم مفاهيم جديدة تستند على هذا المفهوم في مقررات تالية لمقرر التفاضل والتكامل، سواءً على مستوى طلبة تخصص الرياضيات أو طلبة التخصصات العلمية التي تعتمد هذا المقرر كمتطلبٍ سابق. ويُمكن أن تُعطي هذه الدراسة فرصة لإطلاع المهتمين على أداة الدراسة التي تُساعد في التعرُّف على الأخطاء المفاهيمية، والتي تؤدي الى التفكير في معالجة تلك الأخطاء.

التعريفات والمصطلحات:

يمكن تعريف مفهوم النهاية من خلال التعريف غير الرسمي البديهي والتعريف الرسمي الدقيق وهو تعريف ايبسلون– دلتا.

التعريف غير الرسمي للنهاية:

"اذا كان (ق) يمثل اقتراناً معرفاً على كل النقاط (س) القريبة من النقطة (أ). عندما تقترب النقطة (س) من النقطة (أ) من اليمين واليسار، فإن الإقتران ق(س) يقترب من قيمة معينة مثل (ل)، فإننا نقول أنَّ نهاية الإقتران ق(س) عندما س← أ، هي (ل) وتكتب نهـا ق(س)= ل، عندما س← أ". (Jordaan, 2005, p.22)

وبكلماتٍ أُخرى، تكون نهاية الإقتران ق(س) عندما س←أ، هي العدد الحقيقي (ل) (وتكتب نهـا ق(س)= ل)، إذا استطعنا الحصول على قيم عشوائية للإقتران ق(س) قريبة جداً من (ل) كلما تمَّ
س←أ
اختيار قيم (س) قريبة جداً من (أ).

التعريف الرسمي للنهاية (δ - ε):

" نقول أنَّ الإقتران ق(س) يقترب من النهاية (ل) عندما يقترب (س) من النقطة (أ)، إذا كان هناك أي عدد صغير موجب (ε)، فإنَّه يمكن إيجاد عدد صغير موجب(δ) بحيث: صفر< | ق(س)− ل|< ε ، لكل (س) تحقق ٠< | س− أ |< δ.

نقول أن نهـا ق(س)= ل، إذا كان لكل عدد موجب (ε >٠) يوجد (δ >٠) بحيث أنَّ | س-أ |< δ تحقق | ق(س)- ل | < ε". (Etgen, Hille, and Salas,1999, p. 71)

مصطلح النهاية الوارد في هذه الدراسة هو نهاية الإقتران عند نقطةٍ محدده، مالم يُذكر غير ذلك. وبكلماتٍ أُخرى، نهـا ق(س)= ل تعني: لكل ε > صفر، يوجد δ > صفر، بحيث | ق(س)− ل |< ε. عندما صفر< | س− أ |< δ، س∈ مجال ق. وتكون نهاية الإقتران موجودة، عندما تكون النهاية من اليمين والنهاية من اليسار موجودة ومتساوية.

تعريف اتصال الإقتران:

"يكون الاقتران ص= ق(س) متصـلاً ، إذا استطعنا أن نرسمه في مجالهِ بحركة متصلة واحدة بالقلم (أي بدون ترك القلم). نقول أنَّ الإقتران متصل، إذا كان متصـلاً عند كل نقطة في المجال". (Jordaan, 2005, p. 20)

اختبار اتصال الإقتران:

"يكون الإقتران ص= ق(س) متصلاً عند النقطة س= أ، إذا وفقط إذا حقق الشروط الثلاثة الآتية معاً:

١− ق(أ) موجود. (ق معرف عند أ).

٢− نهـا ق(س) موجوده. (ق له نهاية عندما س← أ).
س ← أ

٣- نهـا ق(س)= ق(أ). (النهاية تساوي قيمة الاقتران).
س ← أ

ولإختبار اتصال الإقتران عند نقاط النهاية (الأطراف)، يكون استخدام النهاية من جانب واحد مناسباً". (Etgen, Hille, and Salas, 1999, p. 91)

التخصصات العلمية: التخصصات الأكاديمية التي تنتمي الى كليات العلوم، والحجاوي للهندسة التكنولوجية، وتكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب في جامعة اليرموك.

محددات الدراسة:

يمكن تعميم نتائج هذه الدراسة ضمن المحددات الآتية:

- اقتصار هذه الدراسة على طلبة المرحلة الجامعية الأولى الذين اجتازوا بنجاح مقرر التفاضل والتكامل ر١٠١، في جامعة اليرموك، ممن ينتمون إلى كليات (العلوم، والحجاوي للهندسة التكنولوجية، وتكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب).
- اعتماد نتائج الدراسة على صدق أدوات الدراسة وثباتها والتي اشتملت على الإختبار المفاهيمي والمقابلة.
- اقتصار الدراسة على نهاية الإقترانات عند نقطة واستثنيت نهاية المتسلسلات والمتتاليات.
- اقتصار الدراسة على مفهوم النهاية عند نقطة، ومفهوم الإتصال عند نقطة وليس على فترة محدَّدة.

الفصل الثاني

الدراسات السابقة

انطلاقاً من هدف الدراسة الرئيس، والمتعلق بتقصي الأخطاء المفاهيمية التي يرتكبها طلبة المرحلة الجامعية الأُولى ذوي التخصصات العلمية في مفهومي النهاية والإتصال، تمَّ مراجعة ما أمكن من الدراسات السابقة، وتصنيفها إلى دراساتٍ تناولت فهم مفاهيم النهاية والإتصال في التفاضل والتكامل، وتحليل الأخطاء المفاهيمية في مفاهيم التفاضل والتكامل، والعوامل المؤثرة في فهم مفهوم النهاية.

وفيما يلي استعراض لهذه الدراسات في كل مجال، اذْ تمَّ ترتيبها وفقاً لترتيبٍ زمني من الأقدم إلى الأحدث.

أولاً: الدراسات التي تناولت فهم مفاهيم النهاية والاتصال في التفاضل والتكامل.

وفيما يتعلق بفهم الطلبة لمفهوم النهاية حيثُ أنَّ فهم هذا المفهوم المجرَّد يعتمد على الفهم الجيِّد لمفاهيمٍ سابقة، فقد بحثت دراسة براون (Brown, 2007) في كيفية فهم طلبة المرحلة ما بعد الثانوية لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل. تكونت عينة الدراسة من (١٤) طالباً وطالبة من طلبة الرياضيات والهندسة في جامعة كالجاري في كندا، ممن أنهوا بنجاح المقرر التمهيدي في حساب التفاضل والتكامل. جُمعت البيانات بواسطة الإستطلاع والمقابلات المستنده على المهام الرياضية في النهايات، وكشفت نتائج الدراسة أنَّ مفاهيم الطلبة حول النهايات تختلف حسب السياق الرياضي وعلاقتها بالخلفيات الأكاديمية للطلبة.

ومن جانبٍ آخر قام سيتين (Cetin, 2009) بإجراء دراسة تجريبية هدفت إلى بحث فهم الطلبة للعلاقة بين قيمة نهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة وقيم الإقتران عند نقاط قريبة ومحيطة بتلك النقطة. تكونت عينة الدراسة من (٦٣) طالباً وطالبة ممن اجتازوا الفصل الدراسي الأول بنجاح في قسم الرياضيات، وكانت قد اقتصرت على طلبة السنة الأولى في جامعة تركيا، إذأجابوا على اختبارين، في الإختبار الأول: طُلب من الطلبة إيجاد قيم تقريبية لأربعِ إقتراناتٍ مختلفة عند نقطةٍ معطاة، وفي الإختبار الثاني: كان عليهم حساب النهايات لتلك الإقترانات عند تلك النقطة والتي أُعطيت في الإختبار الأول وذلك لبحث مقدرة الطلبة على إيجاد قيمة تقريبية للإقتران عند نقطة معطاة بإستخدام مفهوم النهاية الذي تعلموه في المقرر. وأظهرت نتائج الدراسة مقدرة الطلبة على حساب قيم تقريبية للإقترانات عند النقاط المعطاة لكن لم يتمكنوا من إدراك العلاقة بينها وبين نهاية الإقترانات عند تلك النقاط وإيجاد تلك القيمة بواسطة مفهوم النهاية.

ولبحث أثر فهم الطلبة لمفهوم النهاية في المقدرة على إجراء التحويلات بين التمثيلات الرياضية المختلفة للمسألة، قام إليا وغاتسيز وبانورا وزاخريدس وزولناكي (Elia, Gagatsis, Panaoura, Zachariades, and Zoulinaki, 2009) في دراسةٍ لإستكشاف قدرات الطلبة في التحويل من تمثيل هندسي إلى تمثيل جبري والعكس في مواقف حل المسألة التي تتضمن مفهوم النهاية. وتم جمع البيانات من (٢٢٢) طالباً وطالبة من طلبة الصف الثاني عشر من (١٤) مدرسة ثانوية في أثينا في اليونان، من خلال الإختبار المكون من (١٠) فقرات. أشارت النتائج أنَّ الطلبة الذين يمتلكون فهماً مفاهيمياً في النهايات كانوا هم الأكثر قدرة على إنجاز التحويلات في النهايات من التمثيلات الهندسية الى التمثيلات الجبرية والعكس.

وفي سياق التَّعرف على وجهات نظر (٢٤) متخصصاً في مجال تدريس مقرر موضوع التفاضل والتكامل ممن ينتمون إلى مؤسساتٍ مختلفة في أمريكا الشمالية حول فهم طلبة السنة الجامعية الأولى لموضوعات التفاضل والتكامل، فقد أجرى ديفرانكوب وجويفسكي وهاميلين وشرويدرد وسفروناس وفينسونالير (Defrancob, Gogievskic, Hameline, Schroederd, Sofronas, and Vinsonhalerb, 2011) دراسة من خلال إجراء مقابلاتٍ فردية مسجلة لعينة أختيرت بطريقة عشوائية. وتوصلت الدراسة لوضع إطار مفاهيمي تضمَّن أربعة أهداف شاملة لفهم حساب التفاضل والتكامل، وهي: إتقان المفاهيم والمهارات الأساسية لحساب التفاضل والتكامل، وإنشاء روابط وعلاقات بين المفاهيم المختلفة، والقدرة على إستخدام أفكار حساب التفاضل والتكامل، والتعرف على الهدف من دراسة حساب التفاضل والتكامل.

ومن أجل السعي وراء الأسباب التي تؤدي بالطلبة إلى استخدام التبرير التقليدي – المُعتمد على الإجراءات– بشكلٍ دائم في أدائهم للإمتحانات وصرف النظر عن إستخدام أنواع التبرير الأُخرى، فقد أجرى بيرفيست (Bergqvist, 2012) دراسة هدفت إلى بحث منطق أساتذة الجامعات عند إعداد امتحانات التفاضل والتكامل، وكذلك فيما يتعلق بالتبرير المتوقع من الطلبة عند أدائهم لمهام الإمتحانات واجتيازهم لها. ولتحقيق غرض الدراسة، تمَّ دراسة عينة مكونة من (١٦) إمتحان نهائي في مقرر التفاضل والتكامل التمهيدي في الجامعات السويدية، وبيَّنت نتائج الدراسة أنَّ الإمتحانات في الغالب تتطلب التبرير التقليدي من الطلبة وذلك لإعتقاد المُعلمين بأنَّ الإمتحانات على خلاف ذلك سوف تكون صعبة جداً وستؤدي إلى معدلاتٍ نجاحٍ ضئيلة جداً ، وكذلك بيَّنت النتائج أن الطلبة في الغالب يستخدمون التبرير التقليدي والذي يشتمل على الخوارزميات أو حفظ الحقائق عند قيامهم بحل

المسائل الرياضية، حيث من الممكن للطلبة إجتياز (١٥) من الإمتحانات بحل المسائل بإستخدام التبرير التقليدي فقط.

وأجرى سلال وسنان (Celal and Sinan, 2013) دراسةً هدفت إلى إختبار فهم طلبة المدارس الثانوية المهنية لمفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة. طُبِّقت الدراسة على طلبة: تكنولوجيا الحاسوب، والكهرباء والطاقة، والإلكترونيات، والأتمتة، والبناء، والآلات وبرامج تكنولوجيا المعادن في المدرسة الثانوية المهنية في جامعة كوجالي في تركيا، وفي تحليل استجابات الطلبة على أربعة أسئلة تتعلق بنهايات الإقترانات المعرَّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية، تضمنت: نهاية الإقترانات المنفصلة عند نقطة، ونهاية الإقتران النسبي عند المالانهاية، ونهايات الإقترانات غير المعرفة عند نقطة، واتصال الإقترانات المعرفة على الأعداد الحقيقية. وكنتيجةٍ رئيسة لهذه الدراسة، واجه طلبة المدارس الثانوية المهنية صعوبةً في فهم نهايات الإقترانات بأنواعها والمعرَّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية.

ثانياً: الدراسات التي تناولت الأخطاء المفاهيمية والإجرائية في مفاهيم التفاضل والتكامل.

من أجل المقارنة بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية لدى الطلبة، أجرى آيسك و آيسلن (Isik and Isleyen, 2003) دراسةً هدفت إلى المقارنة بين مستويات المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية في مقرر التفاضل والتكامل للطلبة الذين يَدرسون في المدارس العلمية في جامعة أرضرم في تركيا. طُبِّقت الدراسة على عينة قصدية مكونة من (٨٢) طالباً وطالبة من طلبة الصف العاشر، حيثُ طُبِّق الإختبار المفاهيمي على (٤٢) طالباً وطالبة في المرحلة الأُولى من الدراسة، بعد ذلك طُبِّق الإختبار الإجرائي على (٤٠) طالباً وطالبة، وبعد ذلك تمَّ إختيار (٥) من الطلبة بشكلٍ عشوائي وأُجريت معهم مقابلاتٍ فيما يختص بالمعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية. أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية في أداء الطلبة المفاهيمي والإجرائي حيث كان الأداء الإجرائي

أفضل من الأداء المفاهيمي على كافة أسئلة الإختبار، ومن أهم التوصيات التي خرجت بها الدراسة أن البرامج التعليمية في هذه المدارس تحتاج للإهتمام بالمفاهيم الرياضية.

وفي مجال تحديد طبيعة الأخطاء المفاهيمية التي يقع بها الطلبة في حساب التفاضل والتكامل، قامت جوردان (Jordaan, 2005) بمحاولةٍ لتحديد الأخطاء المفاهيمية في مفهوم النهاية لدى طلبة كلية الهندسة في إحدى جامعات جنوب أفريقيا. وقد تمَّ إجراء هذه الدراسة النوعية على مرحلتين، قُدِّم إختبار للطلبة خلال المرحلة الأُولى حول مفهوم النهايات، وفي المرحلة الثانية تمَّ إجراء ستِّ مقابلاتٍ، جُمعت من خلالها المعلومات وفقاً لطبيعة الأخطاء المفاهيمية، وآراء الطلبة حول العلاقة بين اتصال الإقتران عند نقطة والنهاية عند تلك النقطة. وأسفرت النتائج عن أخطاء مفاهيمية يرتكبها الطلبة في مفهوم النهاية، وكان من ضمنها: أخطاء في فهم الطلبة لطبيعة النهاية في التفاضل والتكامل، وأخطاء في إدراك الطلبة لطبيعة العلاقة بين إتصال الإقتران عند نقطة ووجود النهاية عند تلك النقطة.

ونظراً لِتأثُر فهم الطلبة لمفهوم النهاية بإدراكهم مفهوم الإقتران، ولِكونه مفهوماً أساسياً سابقاً، وبهدف معرفة الصعوبات التي يواجهها الطلبة في التعامل مع المفاهيم الأساسية لفهم تصور الطلبة للنهاية، أجرى أوزكان ويونال (Ozkan and Unal, 2009) دراسة هدفت إلى البحث عن الأخطاء المفاهيمية في عملية إيجاد مجال الإقترانات المركبة لدى طلبة كلية الهندسة في إحدى الجامعات التركيه، وتكونت عينة الدراسة من (١٥٠٠) طالب وطالبة. وكشفت نتائج الدراسة من خلال تحليل البيانات عن وقوع الطلبة في أخطاء مفاهيمية عدة، صُنِّفت إلى خمس فئات من حيث الأخطاء المفاهيمية: خطأ الخلط بين مجال ومدى الإقتران المركب؛ خطأ في إستخدام الطلبة مشتقة الإقتران لإيجاد مجاله؛ خطأ في استخدام إتحاد مجال الإقترانات بدلاً من تقاطُع مجال الإقترانات المركبة؛

تطبيق التعريف الرسمي للنهاية (الدلتا-ابسيلون) لإيجاد المجال، وركّزت الفئة الأخيرة على الإقترانات النسبية فقط ضمن عملية تركيب اقترانين.

وفي إطار الإهتمام بالمعرفة الإجرائية بعيداً عن المعرفة المفاهيمية، ركّز لونيتا وماكوني (Luneta and Makonye, 2010) في دراستهم على تحليل الأخطاء المفاهيمية في مقرر التفاضل والتكامل لدى طلبة الصف الثاني عشر الملتحقين بمدرسةٍ ثانوية في مقاطعة ليمبوبو في جنوب أفريقيا. تكونت عينة الدراسة من (٤٥) طالباً وطالبة. وقد تمّ جمع البيانات من خلال إستخدام إختبار هدف إلى التعرُّف على الأخطاء المفاهيمية التي يرتكبها المتعلمون في حساب التفاضل والتكامل، كما أُجريت مقابلاتٍ مع عينة الدراسة بهدف توضيح الأخطاء التي تمت ملاحظتها في إجاباتهم. وأظهر التحليل النوعي أنَّ مُعظم الأخطاء المفاهيمية كانت بسبب الفجوات المعرفية في أساسيات الجبر، وكذلك إعتماد الطلبة بشكلٍ كبير على المعرفه الإجرائية التي تخلو من الأساس المفاهيمي.

ولأهمية التسلسل في خطوات حل المسألة، وكذلك لأهمية معرفة آلية عمل الإقتران، أجرى تارميزي (Tarmizi, 2010) دراسة هدفت إلى البحث في أداء الطلبة أثناء حلِّهم مسائل تتعلق بمقرر التفاضل والتكامل والصعوبات التي يواجهونها. ولتحقيق أهداف الدراسة أُجريت سلسلة من المقابلات على عينة عشوائية مكونة من (٢٠) طالباً وطالبة في جامعة بوترا في ماليزيا من طلبة تخصص الرياضيات، تضمنت كل مقابلة عرضاً لمجموعة من الأسئلة المرتبطة بالمقرر، مع تسجيل المقابلات وترميزها إعتماداً على الخطوات الأربعة لبوليا في حل المسألة. وتوصلت هذه الدراسة النوعية إلى أنَّ بعض الطلبة يحتاج الى علاج خاص مثل زيادة الدورات التعليمية لتصحيح الفهم الخطأ لديهم، مثل: عدم فهم الطلبة لآلية عمل الإقتران المتمثلة بإدخال متغير والحصول على صورة

له، ووجود صعوباتٍ في التعامل مع الأقواس في حالة عملية توزيع الضرب على الجمع، وإخراج العامل المشترك. كما أشارت الدراسة إلى الحاجة لمراقبة خطوات الطلبة في حل المسالة أو اشتقاق حل المسألة، والعمل على توجيه إهتمامهم لتعزيز قدرتهم على التخطيط لحل المسائل.

ولتحديد الأخطاء المفاهيمية عند المعلمين الذين يُدرِّسون التفاضل والتكامل، بحث دورو (Duru, 2011) في الأخطاء المفاهيمية التي يرتكبها معلمو ما قبل الخدمة في مفهوم النهاية وكذلك مدى إمتلاكهم لمفاهيم نهايات الإقترانات المنفصلة المعطاة بالرسم البياني أو بصورتها الرمزية. ولجمع البيانات استخدم الباحث الإختبارات والمقابلة. إذْ تألَّف الإختبار من خمسة فقرات أُعدَّت كلٍ منها على صورتين تمثلت الأولى بالتمثيلات الرمزية والثانية بالتمثيلات البيانية، قُدِّمت الأسئلة الممثلة رمزياً لعينة من (٩٥) معلماً ما قبل الخدمة، وفي وقتٍ لاحق قُدِّمت نفس الأسئلة بتمثيلاتٍ بيانية. وأكدت نتائج الدراسة أنَّ لدى المُعلِّمين بعض الأخطاء المفاهيمية المرتبطة في مفهوم النهاية، تركَّزت بإعتقاد المعلمين بأنَّ نهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة هي نفسها صورة النقطة في الإقتران، وأنَّه إذا كان للإقتران نهاية عند نقطةٍ معطاة فهو متصل عند تلك النقطة، كما لوحظ بأنَّ أداء المعلمين على المهمات البيانية أفضل وبدلالة إحصائية من أدائهم على المهمات الرمزية.

وفي نفس المجال، أجرى باستورك ودونميز (Basturk and Donmez, 2012) دراسةً تقصّت الأخطاء المفاهيمية عند المعلمين في مفاهيم النهايات والإتصال. ولجمع البيانات، قُدِّم إختبار مكون من مجموعة من الأسئلة المفتوحة ومغلقة النهاية لعينة من (٣٧) معلماً مرشحاً لتدريس الرياضيات في المدارس الثانوية، تم تحليل البيانات بإستخدام أساليب التحليل الكمي والنوعي. وأظهرت النتائج أنَّ لدى المعلمين أخطاء مفاهيمية في مفهومي النهاية والإتصال، كان من بينها: يوجد قيمة لنهاية إقتران عند المالانهاية، وإذا كان للإقتران نهاية عند نقطة فإنه معرَّف ومتصل عند تلك النقطة، وإذا كان

الرسم البياني للاقتران فيه قفزه عند نقطة معينة، فإنه لا يوجد نهاية للاقتران عند تلك النقطة مالم يكون الإقتران معرفاً عندها.

ولوصف الأخطاء المفاهيمية وأسبابها، قام شيفامبا وموزانغوا (Chifamba and Muzangwa, 2012) بإستكشاف الأخطاء الإجرائية والمفاهيمية وأسبابها عند الطلبة في مقرر التفاضل والتكامل، وذلك بتحليل أخطاء مجموعة مكونة من (١٠٠) طالبٍ وطالبة من طلبة قسم الرياضيات في جامعة زيمبابوي الكبرى، في جنوب أفريقيا. جُمعت البيانات من الطلبة بإستخدام الإختبار الذي غطَّى جميع مواضيع مقرر حساب التفاضل والتكامل (١٠٢). وأظهر تحليل نتائج الإختبارات أنَّ غالبية الأخطاء كانت بسبب الفجوات المعرفية في أساسيات الجبر، مثل: عدم المقدرة على رسم الإقتران بيانياً، وعدم المقدرة على تحديد مجال ومدى الإقتران، وضعف مقدرة الطلبة في إيجاد نهاية إقتران عند نقطة، كما لُوحظ أنَّ الأخطاء المفاهيمية في حساب التفاضل والتكامل متعلقة بضعف التفكير الرياضي المتقدم وضعف المقدرة على الربط بين مفاهيمه.

وفي نفس المجال، قام ماكوني (Makonye, 2012) بتحليل محتوى (١٠٠٠) مخطوطة من أوراق إمتحانات حساب التفاضل والتكامل لعام (٢٠٠٨) في جنوب أفريقيا ضمن إمتحان الشهادة الوطنية العُليا وذلك من أجل الكشف عن الأخطاء المفاهيمية. بيَّنت النتائج التي توصلت إليها الدراسة أنَّ الطلبة ارتكبوا عدة أخطاء مفاهيمية، إتَّصفت بإعتمادها على بعضها البعض أي أنها تراكمية، وكذلك ظهرت أخطاء منهجية وأخطاء في إستخدام النظريات الرياضية وتطبيقها. تركزت أسبابها في عدم إدراك بعض الأساسيات مثل الإقتران والمماس والقاطع ومفهوم النهاية،... وغيرها. وعلى الرغم من هذه الصعوبات، كان مقلقاً للغاية أنَّ ما يصل إلى (٣٠٪) من الطلبة بدا غير مدرك

تماماً لمفاهيم أو إجراءات حساب التفاضل والتكامل. وفي ضوء ذلك، إقترحت الدراسة نهجاً تحليلياً لأخطاء الطلبة في حساب التفاضل والتكامل.

ثالثاً: الدراسات التي تناولت بعض العوامل التي تؤثر في فهم مفهوم النهاية.

في مجال استخدام تطبيقات التكنولوجيا لفهم الرياضيات، أجرى دارين (Darien, 1994) دراسةً هدفت إلى معرفة تأثير إستخدام الآلة الحاسبة البيانية على فهم الطلبة للمفاهيم الأساسية في حساب التفاضل والتكامل التي من ضمنها النهايات والإتصال، وقام الباحث بتطبيق الدراسة على عينة من طلبة خمسِ كلياتٍ ومدرستين ثانويتين، أُعطيت مجموعة من العينة الإختبار بدون إستخدام الآلة الحاسبة البيانية والمجموعة الأُخرى إستخدمت الآلة الحاسبة البيانية. أظهرت نتائج الدراسة أنَّ فهم الطلبة للإقترانات والنهايات يتأثر إيجاباً بتوفر الآلة الحاسبة البيانية.

وادَّعى ماسينجيلا وبورتر (Masingila and Porter, 2001) أنَّ الكتابة لتعلُّم الرياضيات قد تُفيد الطلبة في تعزيز الفهم المفاهيمي والقدرة الإجرائية لديهم في الرياضيات وبخاصة في مواضيع النهايات والإتصال والإشتقاق والتكامل. ولبحث هذا الإدّعاء، جُمعت البيانات من مجموعتين من الطلبة، تألَّفت المجموعة الأولى من (٣) طالبات و (١٢) طالباً إستخدموا نشاطات الكتابة لتعلُّم الرياضيات ونُوقشت الأنشطة بعد الإنتهاء من الكتابة، في حين إستخدم طلبة المجموعة المقارنة التي تكونت من (٤) طالبات و (١٤) طالباً نشاطاتٍ مماثلة لا تتضمن الكتابة ولكن تجعلهم ينخرطون في التفكير الرياضي ومناقشة الأنشطة، وتمَّ إستخدام أُسلوب التحليل الكمي لتحليل أخطاء الطلبة. أسفرت النتائج عن عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين مجموعة الكتابة لتعلُّم الرياضيات والمجموعة الأُخرى التي لم تستخدم الكتابة، مما يوحي بأنَّ الفائدة الحقيقية من أنشطة الكتابة قد لا تكون في

النشاط الفعلي للكتابة، بل في حقيقة أنَّ هذه الأنشطة تتطلب من الطلبة جهداً من أجل فهم الأفكار الرياضية جيداً بما فيه الكفاية لإيصال فهمهم للآخرين.

كما وأُجرى آيسبرن وكيسادا وويجنز (Einsporn, Quesada, and Wiggins, 2007) دراسة بغرض تحديد ما إذا كان استخدام نهج التعلُّم بالرسم البياني عن طريق الآلة الحاسبة الخاصة بذلك، يُعزِّز فهم الطلبة للتعريف الرَّسمي لمفهوم النهاية. وقد أُجريت الدراسة التجريبية على إثنتين من مدارس أوهايو الشمالية، في أمريكا وشارك طلبة الجامعات من ستة أقسام ممن يَدرسون حساب التفاضل والتكامل، تلقَّى الطلبة في الأقسام الأربعة التعليمات التقليدية للتعريف الرسمي للنهايات. ولكن في القسمين الآخرين تأسس نهج إستخدام الآلات الحاسبة الخاصة بالرسم البياني من خلال تعليماتٍ أُعطيت لهم لمدة يومين، على التوالي. وكانت نتائج أداء الطلبة الذين تلقوا تعليمات لمدة يومين أفضل بشكل ملحوظ على كافة الفقرات.

وفي ضوء تأثير بيئات التعلُّم على الفهم المفاهيمي وملاحظة علاقتها بالعالم الحقيقي، أجرت جوزيل (Guzel, 2007) دراسةً هدفت لتصميم بيئة تعلمٍ بنائية تُساعد في تعلُّم مفهوم النهاية. استخدمت الدراسة اختباراً قبلياً واختباراً بعدياً. وتكونت العينة من الطلبة الذين اجتازوا مقرر حساب التفاضل والتكامل، واستخدمت أوراق عمل لتقييم تعلُّم الطلبة لمفهوم النهاية. وكنتيجة لتحليل البيانات، وُجد أن بيئة التعلُّم البنائي تقدم مساهمةً إيجابية في تعلُّم مفهوم النهاية، وتبيَّن أنَّ المجموعة التجريبية كانت أكثرُ نجاحاً من المجموعة الضابطة في رؤية العلاقات بين النهايات والعالم الحقيقي. وفي الوقت نفسه، واجهت المجموعة التجريبية صعوبةً أقل في فهم النهايات. ومع ذلك، واجهت كل من المجموعتين التجريبية والضابطة صعوبةً في تطبيق نهج الدلتا – ابسيلون (δ - ε) وهو التعريف الرسمي للنهاية.

وفي سياق التعرُّف على أثر اللغة في الأخطاء المفاهيمية التي يقع بها طلبة المرحلة ما بعد الثانوية، فقد أجرى دينيال وجعفر (Dindyal and Jaffar, 2011) دراسةً نوعية هدفت إلى تقصّي أثر العمل على مسائل نصية تتضمن دراسة نهاية الإقترانات عند نقطة. في هذه الدراسة قام (٥٠) طالباً في ماليزيا في مرحلة ما بعد الثانوية بالإجابة على الإختبار، وأُجريت المقابلات مع (١٠) منهم بعد الإختبار. وكشفت البيانات العديد من الأخطاء المفاهيمية التي يقع بها طلبة المرحلة مابعد الثانوية حول مفهوم النهاية المرتبطة بمسألة اللغة في المسائل النَّصية، كان من أهمها: التعبير عن القيمة ٠/٠ بأنها كميه غير معرّفه، أو بأن النهاية غير موجودة، ولكن من المفروض التعبير عنها بأنها كمية غير محددة.

وفي سياق مدى تطور فهم الطلبة للمفاهيم الواردة في مقرر حساب التفاضل والتكامل، أجرت جوتر (Juter, 2011) دراسة هدفت إلى وصف تطورات التعلُّم عند الطلبة أثناء تعلُّمهم النهايات، وتكونت عينة الدراسة من (١١٢) طالباً وطالبة من ذوي التحصيل الدراسي المرتفع والمنخفض، منهم (٣٣) من الإناث، في جامعة السودان. استخدمت الباحثة أداتين لجمع البيانات تمثلت الأُولى بمهمات في موضوع النهايات، وقُدّمت للطلبة على مرحلتين متباعدتين زمنياً بفارق فصلٍ دراسي؛ مهمات بسيطة في المرحلة الأُولى، ومهماتٍ أكثر صعوبة في المرحلة الثانية. كما تمَّ إعتماد المقابلات الفردية كأداةٍ ثانية لجمع البيانات من (١٨) طالباً وطالبة. وقد أظهرت نتائج الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائيه بين الطلبة ذوي التحصيل المرتفع، والطلبة ذوي التحصيل المنخفض لصالح ذوي التحصيل المرتفع في انجازهم لمهمات النهايات المختلفة، وكان أداء الطلبة في المهمات البسيطة أفضل من أدائهم للمهمات الأكثر صعوبة.

يُلاحظ من إستعراض الدراسات السابقة ما يأتي:

تناولَ عدد من الدراسات تقصي الأخطاء المفاهيمية في مفاهيم النهايات والإتصال بطرقٍ مختلفة، فمنها التي بحثت هذه الأخطاء بتحليل أوراق امتحاناتٍ في مقرر حساب التفاضل والتكامل، مثل دراسة ماكوني (2012) Makonye. ومنها بحثت تلك الأخطاء بواسطة تقديم اختباراتٍ كتابيةٍ لعينات مختلفة الأحجام من الطلبة، مثل: دراسة جوردان (2005) Jordaan، ودراسة لوتينا وماكوني (2010) Luneta and Makonye ، ودراسة شيفامبا وموزانغوا Chifamba and Muzangwa (2012)، ودراسة آيسك وآيسلن (2003) Isik and Isleyen، ودراسة أوزكان ويونال (2009) Ozkan and Unal، في حين قُدِّمت اختبارات للمعلمين ممن يُدرِّسون مقرر التفاضل والتكامل كما في دراسة دورو(2011) Duru، ودراسة باستورك ودونميز Basturk and Donmez (2012)، فيما اقتصرت دراسة تارميزي (2010) Tarmizi على إجراء المقابلات الفردية مع الطلبة.

وفي سياق العوامل المؤثرة في فهم مفهوم النهاية، فقد اتفق دارين (1994) Darien وآينسبرن وآخرون (2007) Einsporn, Quesada, and Wiggins بتأثُر فهم الطلبة لمفهوم النهاية إيجاباً عند إستخدامهم التكنولوجيا المتمثلة بالآلة الحاسبة للرسوم البيانية، فيما اهتمت دراساتٍ أُخرى بأسباب من الممكن أنْ تُساعد طلبة المدارس الثانوية أو طلبة الجامعة لفهم مفهوم النهايات، مثل: دراسة ماسينجيلا وبورتر (2001) Masingila and Porter، ودراسة غوزيل Guzel (2007)، أمّا دراسة سيتن (2009) Cetin، ودينيال وجعفر (2011) Dindyal and Jaffar،

وسلال وسنان (Celal and Sinan (2013، فقد ركزت على البحث في نهاية الإقتران عند نقطة محددة.

تنوعت الأدوات التي استخدمتها تلك الدراسات؛ فبعض الدراسات استخدمت الإختبارات لجمع البيانات، مثل: دراسة إيليا وآخرون Elia, Gagatsis , Panaoura , Zachariades, and zoulinaki (2009)، بينما استخدمت دراساتٍ أُخرى أُسلوب المقابلة بالإضافة إلى الإختبار، مثل: دراسة جوردان (Jordaan (2005، ولونيتا وماكوني (Luneta and Makonye (2010 ، وباستورك ودونمز (Basturk and Donmez (2011، ودينيال وجعفر (Dindyal and Jaffar (2011، ودورو (Duru (2011. بينما إعتمدت دراسة غوزيل (Guzel (2007، أوراق عمل لجمع البيانات.

تباينت تلك الدراسات فيما بينها حول العينة؛ فقد شملت بعض الدراسات عينة من طلبة المرحلة الثانوية، مثل: دراسة باستورك ودونميز (Basturk and Donmez (2011، ودراسة إليا وآخرون (Elia, Gagatsis, Panaoura , Zachariades, and Zoulinaki (2009، ولونيتا وماكوني (Luneta and Makonye (2010، أما دراسة دارين (Darien (1994، فقد جمعت بين طلبة المدارس الثانوية وطلبة الجامعة، بينما دراسة سيتن (Cetin (2009 فقد اقتصرت على طلبة السنة الأُولى من مرحلة البكالوريوس.

تنوعت الدراسات في استخدامها التحليل المناسب من حيث التحليل النوعي أو التحليل الكمي أو كليهما؛ فبعض الدراسات اتبعت نهج التحليل الكمي، مثل: دراسة دورو (Duru (2011، بينما دراسة لونيتا وماكوني (Luneta and Makonye (2010، ودينيال وجعفر (Dindyal and Jaffar (2011، وماسينجيلا وبورتر (Masingila and Porter (2001، استخدمت التحليل

النوعي، أما دراسة باستورك ودونميز Basturk and Donmez (2011) فقد قاموا باتباع كلا النهجين من التحليل الكمي والنوعي.

تتفق الدراسة الحالية مع الدراسات السابقة التي تناولت تقصي الأخطاء المفاهيمية لدى طلبة المرحلة الجامعية، والتي جَمعت بين الإختبار والمقابلة، إلاّ أنّ الدراسة الحالية إختلفت عن الدراسات السابقة في تركيزها على موضوع تحليل الأخطاء المفاهيمية في مفاهيم النهايات والإتصال، وذلك لأهمية هذين المفهومين في كونهما مرتكزاً ونقطة إنطلاق في تحديد إدراك الطلبة للمفاهيم الرياضية اللاحقة والمهارات الأساسية التي تعلّموها.

كما تختلف هذه الدراسة في تركيزها على طلبة البكالوريوس، وبشكلٍ خاص طلبة التخصصات العلمية، وذلك لأهمية فهم هذه المفاهيم في هذه المرحلة، إذْ تُعتبر جسراً يربط بين المعارف الرياضية في الصفوف الدراسية الثانوية، وبين المعارف في مرحلة التعليم الجامعي الأكثرُ تعقيداً وتجريداً، كما أنها استخدمت اختباراً يتطلب إجابةً مكتوبة من قبل عينة الدراسة، وحوارات (مقابلات) مع الطلبة، واستخدمت إطار التحليل النوعي، لتحليل الإستجابات على الإختبار والمقابلات المنظمة.

ويُلاحظ- حسب اطلاع الباحثة- أنّ الدراسات في هذا المجال نادرة على المستوى المحلي وكذلك المستوى العربي، وعلى هذا ربّما تُعد هذه الدراسة هي الأُولى من نوعها محلياً، وامتداداً لدراساتٍ سابقة عالمياً، ورافداً لدراسات لاحقة في ميدان البحث التربوي المتعلق بالمفاهيم الرياضية للمُدرِّسين في المراحل الجامعية المختلفة.

الفصل الثالث

الطريقة والاجراءات

يشتمل هذا الفصل على وصفِ مجتمع الدراسة، وطريقة إختيار العينة، بالإضافة إلى وصف أدوات الدراسة، والطرق المتبعة للتحقق من صدقها وثباتها، كما ويشتمل على منهجية الدراسة وإجراءاتها، وتحليل البيانات المتعلقة بها.

مجتمع الدراسة:

تضمَّن مجتمع الدراسة طلبة المرحلةِ الجامعية الأُولى من الكليات العلمية في جامعة اليرموك: كلية العلوم، وكلية الحجاوي للهندسة التكنولوجية، وكلية تكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب، ممن أكملوا بنجاح مقرر التفاضل والتكامل ر(١٠١) والذي يُعد مقرراً الزامياً في هذه الكليات، وممن هم على مقاعد مقرر التفاضل والتكامل ر(١٠٢) للفصل الدراسي الأول ٢٠١٣-٢٠١٤، وقد بلغ عددهم (٨١٤) طالباً وطالبة – حسب إحصائيات دائرة القبول والتسجيل- موزعين على (١١) شعبة تدريسية تُطرح في كلية العلوم، حيث تنوعت الشعب بإحتوائها أعداداً متقاربة من طلبة الكليات العلمية الثلاث.

عينة الدراسة:

شملت عينة الدراسة (٢٦٦) طالباً وطالبة من مجتمع الدراسة؛ أي ما نسبته (٣٣%)، وقد تمَّ اختيار عينة الدراسة بالطريقة العنقودية العشوائية من (٦) شعب تدريسية، منهم (٨٦) طالباً وطالبة من كلية الحجاوي للهندسة التكنولوجية، و(٩٨) طالباً وطالبة من كلية العلوم، و(٨٢) طالباً وطالبة من كلية تكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب.

أدوات الدراسة:

من أجل تحقيق أهداف الدراسة والإجابة عن أسئلتها والتي تهدف بشكلٍ عام إلى الكشف عن الأخطاء المفاهيمية في النهايات والإتصال لدى طلبة المرحلة الجامعية الأُولى من الكليات العلمية، فقد تمَّ إعداد أدوات الدراسة التي تكونت من الإختبار التشخيصي المفاهيمي، والمقابلة.

أولاً: الإختبار التشخيصي المفاهيمي:

تمَّ إعداد هذه الأداة المتمثلة بالإختبار التشخيصي المفاهيمي من قِبل الباحثة بعد المرور بالمراحل الآتية:

١- مراجعة كتاب حساب التفاضل والتكامل المعتمد تدريسه لدى جامعة اليرموك، حيث أنَّ الكتاب المعتمد والمتبع لدى الجامعة هو الطبعة العاشرة من كتاب: "Calculus One and Several Variables by Etgen, Hille, and Salas ".

٢- الإطلاع على الدراسات السابقة، وما كُتب حول الأخطاء المفاهيمية بشكلٍ عام، والأخطاء المتعلقة بالمفاهيم قيد الدراسة بشكلٍ خاص، حيث أفادت الباحثة من دراسة جوردان (Jordaan, 2005) في إعداد الفقرة الثانية، والسؤال (١) من الفقرة الثالثة، والأسئلة (١)، (٣)، (٤)، (٥) من الفقرة السادسة، والفقرة السابعة من الإختبار، أمَّا بقية الفقرات فمن إعداد الباحثة نفسها بالإستعانة بمقالة بعنوان "The Limit Concept" تزوَّدت منها الباحثة بمعلوماتٍ كافية حول الأُسس التي إتَّبعتها في كتابة جميع أسئلة الإختبار والواردة في الجدول رقم (٢).

٣- إعداد (٨) فقرات للإختبار المفاهيمي تفرَّعت عن كل فقرةٍ مجموعة من الأسئلة إقتصرت على مفهومي النهاية والإتصال لإقترانٍ عند نقطةٍ معطاة، وتنوعت الفقرات بين أسئلة مغلقة النهاية، مثل: فقرة الإختيار من متعدد وفقرة (نعم/لا)، وأسئلة الرسم البياني لإقتران عند نقطة، وأسئلة

مفتوحة النهاية، مثل: الفقرات النصية المكتوبة بالكلمات، وتدور جميعها حول مفاهيم النهاية والإتصال. وقد تم عرضها بصورتها الأولية على المشرفة على الرسالة، ومحكمين من ذوي الإختصاص في الرياضيات والرياضيات التربوية، للتحقق من صدق الأداة، بالإضافة لتحديد مدى ملاءمة صياغة تلك الفقرات لعينة الدراسة، وعددها، وزمن الإختبار، ودقة المحتوى الرياضي. وفي ضُوء ملاحظاتِهم تمَّ حذف الفقرات التي لا تخدم موضوع الدراسة ليصل العدد النهائي إلى (٧) فقرات، مع الإبقاء على تنوع الأسئلة كما كانت في السابق، وتمَّ تعديل عدد من الأسئلة من الناحية اللغوية ودقة المحتوى الرياضي حسب ملاحظات المشرفة والمحكمين لإخراج الإختبار بالصورة المناسبة التي قُدِّمت لعينة الدراسة، حيثُ قُدِّم الإختبار باللغة الإنجليزية وهي اللغة التي يُدرَّس بها مقرر التفاضل والتكامل للطلبة في قسم الرياضيات وتمَّ ترجمة بعض النصوص في فقرات الإختبار التي لوحِظ إحتمالية عدم وضوحها للطلبة كما هو مبين في الملحق (١).

وقد تمَّ عرض الأسئلة التي تحمل هدفاً معيناً بعدة أشكالٍ وبتمثيلاتٍ مختلفة تنوعت ما بين عرض الإقتران بصورته الرمزية المباشرة أو بصورة قيم وصورها على شكل جدول أو برسم الإقتران بيانياً موزعةً على جميع فقرات الإختبار، وكذلك احتوت الفقرات على عددٍ من الأسئله التي وُضعت وفق أُسسٍ وأهداف معينة لتُجيب على أسئلة الدراسة، ويُبين الجدول رقم (١) وصف فقرات الإختبار والهدف من كل فقرة، ويليها الجدول رقم (٢) والذي يحوي الأُسس والأهداف التي بُني عليها الإختبار التشخيصي المفاهيمي وأرقام الفقرات والأسئلة التابعة لها.

الجدول ١

وصف فقرات الإختبار المفاهيمي وأهدافها.

الفقرة/ الأسئلة	وصف الفقرة/ الأسئلة	الهدف من الفقرة/ الأسئلة
الفقرة الأولى	عُرضت هذه الفقرة بمعطياتٍ غير كافية لِتحديد إمكانية إيجاد نهاية الإقتران عند نقطة، وكانت بإعطاء صور للنقطتين فقط قريبتين على يمين ويسار النقطة المراد إيجاد نهاية الإقتران عندها، وكذلك صورة تلك النقطة، ولم يُذكر الإقتران بشكلٍ صريح.	- تحديد الأخطاء المفاهيمية.
الفقرة الثانية	عُرضت هذه الفقرة على شكل ست أسئلة، ابتدأت بعرض إقترانٍ نسبي معرّفٍ على جميع الأعداد الحقيقية ما عدا أصفار المقام {١،-١}، تضمنت الأسئلة: (١) تحديد مجال الإقتران، (٢)، (٣) وجود النهاية/ عدمها عند أصفار المقام، (٤)، (٥) قيمة الإقتران عند أصفار المقام، (٦) تمثيل الإقتران في ضوء إدراك وجود النهاية/ عدمها، والإتصال/ عدمه عند أصفار المقام.	- تحديد الأخطاء المفاهيمية. - الربط بين الإنفصال عند نقطة مع وجود النهاية أو عدمها عند تلك النقطة، من خلال السؤال (٢)، (٣) فقط.
الفقرة الثالثة	تكونت هذه الفقرة من ستّ أسئلة من نوع الإختيار من متعدد، وكان للسؤال (٦) أكثر من إجابة واحدة صحيحة. حيث أن كل خيار يختاره الطلبة في كل سؤال يدل على خطأ مفاهيمي، أو يُشير إلى ربط الطلبة بين النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند نقطةٍ معطاة أم لا.	الأسئلة (١)، (٢)، (٣)، (٤)، (٦) لتحديد العلاقة بين وجود النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند النقطة. (٣)، (٥) لتحديد الأخطاء المفاهيميه الممكنة.
الفقرة الرابعة	تكونت هذه الفقرة من الأسئلة (١)-(٥)، حيث أُعطي الرسم البياني لإقترانٍ ما، يتضح فيه الإتصال عند النقطة س=س٠، ومنفصل ومعرَّف عند النقطة س=س٢، والنقطة س=س١، هي طرف فترة فالنهاية عندها غير موجودة. وكانت الأسئلة (٣)، (٤) أسئلة مساعدة للطلبة لحل الأسئلة الأُخرى في هذه الفقرة.	- السؤال (٢) لبحث الأخطاء المفاهيمية المحتملة. - الأسئلة (١)، (٥) لبحث العلاقة بين النهاية والإتصال وكون الإقتران معرَّفاً عند نقطة.
الفقرة الخامسة	عُرضت معطيات الفقرة على شكل جدول، يُبين نقاطاً وصورها، تضمنت: النقطة المراد إيجاد النهاية عندها وصورتها وصور لنقاط حولها وليست قريبة منها، دون ذكر الإقتران بشكلٍ صريح. طُلب من الطلبة تحديد إمكانية إيجاد النهاية عند النقطة المذكورة.	- التوصل للأخطاء المفاهيمية المحتملة.
الفقرة السادسة	تكونت هذه الفقرة من الأسئلة (١) – (١٣) من نوع "الصح" و "الخطأ". تضمّنت أسئلة عن مفهوم نهاية إقتران عند نقطة معطاة، وأخرى عن مفهوم النهاية في الرياضيات، والتركيز على وحدانية النهاية، والنهاية عند نقطة الإقتران غير معرّف عندها، والنهاية	- الأسئلة (١)، (٤)، (٧) لمعرفة تصور الطلبة لمفهوم النهاية في الرياضيات. - الأسئلة (٢)، (٣)، (٩)

تابع الجدول (١)

وصف فقرات الإختبار المفاهيمي وأهدافها.

الفقرة/ الأسئلة	وصف الفقرة/ الأسئلة	الهدف من الفقرة/ الأسئلة
	عند أطراف الفترات.	لمعرفة تصور الطلبة لمفهوم نهاية إقتران عند نقطة معطاة. - الأسئلة (٥)، (٨)، (١١) لمعرفة الأخطاء المفاهيمية لدى الطلبة. - الأسئلة (٦)، (١٠)، (١٢)، (١٣) لمعرفة قدرة الطلبة على الربط بين وجود النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند نقطة.
الفقرة السابعة	عُرضت الفقرة على شكل سؤال مفتوح، ليُعبّر الطلبة عن مفهوم نهاية إقتران عند نقطة معطاة بكلماتهم الخاصة.	-معرفة تصور الطلبة لمفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة.

الجدول ٢

الأُسس والأهداف التي بُني عليها الإختبار التشخيصي المفاهيمي وأرقام الفقرات والأسئلة التابعة لها

الأُسس	الأهداف	أرقام الفقرات/ الأسئلة
الأساس الأول: نهاية الإقتران ق(س) عند النقطة (أ) هي (ل): أنه لكل فترة (ح) محيطة بالعدد (ل)، يوجد الفترة (ف) محيطة بالعدد (أ)، بحيث أنَّ قيم ق(س) تقع في الفترة (ح) كلّما وقعت (أ) في الفترة (ف). وهو ما يُعرف بالتعريف الرسمي للنهاية (الدلتا- إبسيلون).	-معرفة تصور الطلبة لمفهوم نهاية الإقتران عند نقطة معطاة. -الكشف عن الأخطاء المفاهيمية المحتملة عند الطلبة.	الفقرة الأولى الفقرة الخامسة الفقرة السابعة السؤال (٤) من الفقرة الثالثة الأسئلة (٢)، (٩) من الفقرة السادسة.
الأساس الثاني: إذا كانت نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند نقطةٍ ما، فهي وحيدة.	الكشف عن الأخطاء المفاهيمية المحتملة لدى الطلبة.	السؤال (٥) من الفقرة الثالثة، السؤال (٨) من الفقرة السادسة.

تابع الجدول (٢)

الأُسس والأهداف التي بُني عليها الإختبار التشخيصي المفاهيمي وأرقام الفقرات والأسئلة التابعة لها

الأُسس	الأهداف	أرقام الفقرات/ الأسئلة
الأساس الثالث: إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطةٍ ما، ليس بالضرورة أن يؤدي إلى إتصال الإقتران عند تلك النقطة.	الكشف عن إدراك الطلبة للعلاقة بين وجود النهاية عند نقطة والإتصال أو عدمه عند تلك النقطة.	السؤال (١) من الفقرة الثالثة، السؤال (٦) من الفقرة السادسة.
الأساس الرابع: إذا كان الإقتران ق(س) متصلاً، فالنهاية موجودة عند أي نقطة داخل مجاله_ عدا أطراف الفترة_ وتساوي قيمة الإقتران عند تلك النقطة.	إدراك العلاقة بين إتصال الإقتران عند نقطة ووجود النهاية عند تلك النقطة. الكشف عن الأخطاء المفاهيمية.	الأسئلة (١) من الفقرة الرابعة. السؤال (١٢) من الفقرة السادسة.
الأساس الخامس: يمكن أن تكون النهاية موجودة عند نقطة، لكنَّ الإقتران غير معرَّف عند تلك النقطة.	إدراك العلاقة بين وجود النهاية عند نقطة وكون الإقتران معرَّفاً أم لا عند تلك النقطة. الكشف عن الأخطاء المفاهيمية المحتملة لدى الطلبة.	الأسئلة (١٠)، (١٣) من الفقرة السادسة. الأسئلة (٦)، (٣) من الفقرة الثالثة. السؤال (٢) من الفقرة الثانية.
الأساس السادس: النقاط التي لا تنتمي لمجال الإقتران، يكون الإقتران غير معرَّف عندها.	الكشف عن الأخطاء المفاهيمية المحتملة لدى الطلبة.	الأسئلة (٤)، (٥) من الفقرة الثانية. السؤال (٢) من الفقرة الثالثة.
الأساس السابع: حقائق عامة عن النهاية: – النهاية هي قيمة. – النهاية يمكن أن تفشل أن تكون موجودة عند نقطة ما. – النهاية لا تمثل تقريباً نقوم به بالدقة التي نريدها. – النهاية هي عدد تقترب منه قيمة الإقتران ولا تصله إلاُ في الإقتران المتصل. – مفهوم النهاية في حساب التفاضل	الكشف عن تصور الطلبة لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل. الكشف عن الأخطاء المفاهيمية المحتملة لدى الطلبة.	الأسئلة (١)، (٣)، (٤)، (٥)، (٧)، (١١) من الفقرة السادسة.

تابع الجدول (٢)

الأُسس والأهداف التي بُني عليها الإختبار التشخيصي المفاهيمي وأرقام الفقرات والأسئلة التابعة لها.

الأُسس	الأهداف	أرقام الفقرات/ الأسئلة
والتكامل يختلف عنه في الحياة العملية. - دائماً النهاية عند أطراف الفترات غير موجودة.		
الأساس الثامن: حقائق عامة عن الإقتران النسبي – المتمثل ب (كثير حدود/ كثير حدود): - مجاله جميع الأعداد الحقيقية عدا أصفار المقام. - غير معرَّف عند أصفار المقام. - لتمثيل الإقتران النسبي بيانياً، يُراعى ما يحدث عند أصفار المقام. -قد تكون النهاية موجودة عند أصفار المقام.	الكشف عن الأخطاء المفاهيمية المحتملة.	الأسئلة (١)، (٣)، (٤)، (٥)، (٦) من الفقرة الثانية.
الأساس التاسع: للإقتران المنفصل والمعرَّف عند نقطةٍ معطاة، قيمة النهاية لا تساوي قيمة الإقتران عند تلك النقطة.	الربط بين الإتصال والنهاية وكون الإقتران معرَّف عند نقطة.	السؤال (٣)، (٤)، (٥) من الفقرة الرابعة.

ثانياً: المقابلة.

بُنيت المقابلة على المحتوى الرياضي المُتعلِّق بمفهومي النهاية والإتصال، إذْ تُعد من الطرق الهامة في جمع المعلومات التربوية لِما توفره من عمقٍ في الإجابة، نظراً لإمكانية توضيح وإعادة طرح الأسئلة بقالبٍ آخر، ولِما تتمتع به في الحصول على معلوماتٍ نوعية عن بعض نواتج التعلُّم التي لا يمكن توفيرها في الإختبارات الكتابية. وفي الدراسة الحالية تُعد المقابلة من الطرق الفعَّالة للحصول

على البيانات والتعمق في أنواع الأخطاء المفاهيمية لدى الطلبة التي كشف عنها الإختبار التشخيصي المفاهيمي وكذلك للإستيضاح من بعض الطلبة عن إجاباتهم وطريقة تفكيرهم بفقرات الإختبار التي أجابوا عليها في المرحلة الأولى، وبشكلٍ خاص للتعمق في مدى فهم الطلبة الشخصي لمفهوم النهاية، إذْ أُعدَّت لِتكون مكمّلة للإختبار المفاهيمي للتمكن من الوصول للأخطاء أو التصورات حول النهايات والإتصال التي لم تعكسها إجاباتهم على الإختبار المفاهيمي. تكونت عينة المقابلة من (١٢) طالباً وطالبة ممن قدَّموا الإختبار المفاهيمي، موزعين بواقع (٤) طلبة من كل كلية تمَّ إختيارهم بالطريقة القصدية، ممن ظهر لديهم أنواع متعددة من الأخطاء المفاهيمية، وذلك بطرح (٨) أسئلة كما هي مبينة في الملحق (٢)، أُعدَّت بناءً على الأخطاء المفاهيمية التي لوحظت في إجابات الطلبة على فقرات الإختبار المفاهيمي المعدَّة لهذا الغرض، وكذلك لتُدَعِّم الإجابة على أسئلة الدراسة، فقد تمَّ إعداد الأسئلة من السؤال الثالث إلى السؤال الخامس لتدعم الإجابة على سؤال الدراسة الثاني، وبقية الأسئلة تتعلق بسؤال الدراسة الأول. وقد أجريت تلك المقابلات وجهاً لوجه _دون الإجابة بورقة وقلم_ بمقابلة كل طالب على حده بطرح الأسئلة التي أُعدَّت لهذا الغرض، واستغرقت مقابلة كل فرد (١٥-٢٠) دقيقة.

صدق أدوات الدراسة:

تم التأكد من صدق أداتي الدراسة وذلك بعرض فقرات الإختبار التشخيصي المفاهيمي وأسئلة المقابلة بصورتها الأولية على لجنة من المحكمين من ذوي الإختصاص والخبرة في هذا المجال، لتحديد مدى ملاءمة هذه الأسئلة لموضوع الدراسة وقدرتها على تحقيق أهدافها وقياس ما وُضعت من أجله، وكذلك لإبداء آرائهم وملاحظاتهم حول وضوح الفقرة، ودقتها العلمية، وسلامة الصياغة اللغوية للفقرة. وقد تكوّن الإختبار بصورته الأولية من (٨) فقرات، وتكونت أسئلة المقابلة من (٨) أسئلة، وبعد

أن تمَّ عرض كلتا الأداتين على المشرفة والمحكمين، تم العمل بآرائِهم وملاحظاتِهم لذا إختُزل الإختبار المفاهيمي إلى (٧) فقرات، وبقيت أسئلة المقابلة كما هي عليه، وبذلك افترضت الباحثة أنَّ أدوات الدراسة تتمتع بصدق محتوى يتفق وأغراض الدراسة.

ثبات أدوات الدراسة:

ثبات أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

طُبِّق الإختبار بصورته النهائية على عينة استطلاعية خارج عينة الدراسة بلغ حجمها (٣٥) طالباً وطالبة منهم (١١) طالباً وطالبة من كلية العلوم، و(٩) طالباً وطالبة من كلية تكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب، و(١٥) طالباً وطالبة من كلية الحجاوي للهندسة التكنولوجية، وقد تمَّ حساب الثبات القائم على الإتساق الداخلي للإختبار المفاهيمي بكافة فقراته بإستخدام معادلة كرونباخ ألفا (Cronbach alpha) حيث بلغت قيمته (٠,٧٨) وتعتبر هذه القيمة مقبولة في مثل هذه الأنواع من الإختبارات عودة (١٩٨٥).

ثبات التحليل:

ثبات تحليل نتائج الإختبار المفاهيمي

قامت الباحثة بإستقراء إجابات الطلبة على الإختبار المفاهيمي مبتدئةً بإستقراء الفقرة الأولى لجميع أفراد العينة وتليها الفقرة الثانية وهلمَّ جرا الى الفقرة السابعة، وتفريغ إجابات الطلبة على مستوى كل فقرة على حده وذلك بتجميع النتائج التي تُظهر الأخطاء المفاهيمية، والتصورات حول مفهوم النهاية، ونسب الأخطاء على مستوى كل فقرة وكل سؤال في الفقرة الواحدة حسب الكلية التي ينتمي لها الطلبة وتوصلت إلى استنتاجات معينة تلخَّصت بالتصورات لمفهوم النهاية، والربط بين المفاهيم الثلاثة (النهاية، والإتصال، وكون الإقتران معرفاً عند نقطة)، والأخطاء المفاهيمية من

إجاباتهم على الإختبار ككل. ولتحقيق الثبات الداخلي عبر نفس المحلل، أُجريت تلك العملية بعد شهرين من المرة الأولى وتوصلتْ لنفس النتائج الأولى.

وكذلك قامت الباحثة بعرض عينةٍ من حلول الطلبة للإختبار – والتي شملت جميع فقرات الإختبار– على محلل خارجي من ذوي الإختصاص، قام بالإطلاع على إجابات الطلبة وبناء الإستنتاجات الخاصة به، وقد توصل لنفس الإستنتاجات التي توصلت لها الباحثة بنسبة توافقٍ تساوي (١٠٠ %)، وبذلك يكون قد تحقق الثبات الداخلي والخارجي للتحليل.

اجراءات الدراسة:

مرت الدراسة بالإجراءات الآتية:

١- إعداد أداة الدراسة الأولى والمتمثلة بالإختبار التشخيصي المفاهيمي، وغرضها جمع البيانات لتصنيف الأخطاء المفاهيمية لدى طلبة المرحلة الجامعية الأولى في مفهومي النهاية والإتصال من خلال الإجابة على أسئلة هذا الإختبار.

٢- التحقق من صدق محتوى أداة الدراسة التي تمَّ إعدادها، بعرضها على المشرفة ومحكمين من أصحاب الاختصاص.

٣- الحصول على موافقة رسمية من الجامعة لتسهيل مَهمة إجراء الدراسة في كلية العلوم، وكذلك الموافقة على استخراج بيانات مجتمع الدراسة من دائرة القبول والتسجيل كما توضحه الملاحق (٤)، (٣) على التوالي.

٤- تحديد مجتمع الدراسة وعينتها.

٥- تحديد زمن الإختبار بمقدار (٦٠) دقيقة استناداً إلى آراء المحكمين.

٦- تطبيق الإختبار التشخيصي المفاهيمي على عينة إستطلاعية تحمل صفات عينة الدراسة لكن من خارجها، تمثلت بشعبة واحده ممن يَدرسون مقرر التفاضل والتكامل ر(١٠٢)، وتكونت من (٣٥) طالباً وطالبة، من الكليات العلمية الثلاث، منهم (١١) طالباً وطالبة من كلية العلوم، و(١٥) طالباً وطالبة من كلية الحجاوي للهندسة التكنولوجية، و(٩) طالباً وطالبة من كلية تكنولوجيا المعلومات وعلوم الحاسوب.

٧- تطبيق الإختبار التشخيصي المفاهيمي على عينة الدراسة في الفترة (٦-١٠/١٠/٢٠١٣) من الفصل الدراسي الأول للعام الجامعي ٢٠١٣/٢٠١٤، بإشراف الباحثة نفسها وبالتعاون مع مجموعة من كادر كلية العلوم في قسم الرياضيات، حيث تمَّ تحديد الشعب الخاضعه للدراسة بشكلٍ عشوائي على أن تتنوع الشعب بأعدادٍ متقاربة من طلبة الكليات العلمية الثلاث، حيث تمَّ إختيار (٦) شعب من (١١) شعبة ممن يَدرسون مقرر التفاضل والتكامل ر (١٠٢).

٨- بعد الإطلاع على أداء الطلبة في الاختبار التشخيصي المفاهيمي والتحليل الأولي للنتائج تمَّ إعداد أداة الدراسة الثانية والمتمثلة بالمقابلة التشخيصية لعدد من الطلبة الذين ظهرت لديهم أخطاء مفاهيمية في مفهوم النهاية، وتمييز العلاقة بين اتصال الاقتران ووجود النهاية عند نقطة.

٩- إجراء المقابلات الفردية التشخيصية المعمّقة للطلبة في الفترة (٢٤-٢٨/١١/٢٠١٣) من الفصل الدراسي الأول للعام الجامعي ٢٠١٣/٢٠١٤ بعد الإطلاع على تصورات الطلبة لمفهوم النهاية وقدرتهم على الربط بين النهاية والإتصال من خلال حلولهم لفقرات الإختبار، وقد قامت الباحثة بهذا الإجراء بنفسها.

منهجية الدراسة وتحليل البيانات:

تُصنَّف الدراسة الحالية على أنها وصفية- تحليلية ونوعية واستُخدم فيها الأسلوب الإستقرائي- الإستنتاجي لتحليل النتائج. وتمَّ إجراء الدراسة على مرحلتين: في المرحلة الأولى تم تطبيق الإختبار التشخيصي المفاهيمي على الطلبة لجمع البيانات، ثم تمَّ تفريغ استجابات الطلبة وتحليلها بطريقةٍ نوعية على مستوى كل فقرة.

خلال المرحلة التالية، أُجريت "مقابلات" مع عددٍ من الطلبة. وتمَّ اختيار هؤلاء الطلبة وفقاً لإجاباتهم على الإختبار، إذْ أُختير الطلبة الذين تدل إجاباتهم على وجود تنوع في الأخطاء المفاهيمية لإجراءِ مقابلاتٍ معهم، وأُجريت هذه المقابلات من قِبل الباحثه نفسها.

بعد أن تمَّ تطبيق الدراسة والحصول على إجابات الطلبة على الإختبار التشخيصي المفاهيمي تمَّ التَّعرُف على تصوراتِهم لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل ومفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة بإستقراء إجابات الطلبة على الأسئلة المُعدَّه لهذا الغرض، وذلك لإجابة سؤال الدراسة الأول، وكذلك تمَّ التوصل لتصورات الطلبة لكيفية الربط بين النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند نقطة بإستقراء إجابات الطلبة على الفقرات التي أُعدَّت لتحقيق هذا الهدف، وذلك لإجابة سؤال الدراسة الثاني ولتحديد أنواع الأخطاء المفاهيمية التي إرتكبها الطلبة في أسئلة الإختبار، تمَّ إستقراء مجموعة الأسئلة التي أُعدت لتحقيق هذا الهدف وكذلك تمَّ إضافة الأخطاء المفاهيمية التي وقع بها الطلبة في تصوراتهم لمفهوم النهاية ونهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة والأخطاء المفاهيمية التي وقع بها الطلبة في تصوراتِهم للربط بين النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند نقطةٍ معطاة، وتمَّ إيجاد النسب المئوية لكلٍ منها. بعد ذلك تمَّ تجميع أنواع الأخطاء المفاهيمية التي تمَّ الحصول عليها وتصنيفها

ضمن فئات في قائمة وفقاً لنوع الخطأ الذي ارتكبه الطلبة في فقرات الإختبار بشكلٍ عام، وكذلك إيجاد النسب المئوية للطلبة الذين إرتكبوا الخطأ الواحد، كما تمَّ إيجاد النسب المئوية لكل نوعٍ من الأخطاء المرتكبة من قِبل طلبة كل كلية على حده، وذلك لإجابة سؤال الدراسة الثالث.

الفصل الرابع

النتائج ومناقشتها

يتناول هذا الفصل عرضاً للنتائج التي توصلت إليها الدراسة ومناقشتها والتي هدفت لمعرفة تصور الطلبة لمفهوم النهاية في الرياضيات، ونهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة، وكذلك معرفة الأخطاء المفاهيمية التي وقع بها الطلبة في مفهومي النهاية والإتصال. كما تطرّقت النتائج إلى نسب الطلبة الذين ارتكبوا تلك الأخطاء حسب الكلية العلمية التي ينتمي لها الطلبة، كذلك تمّ التّعرف على مقدرة الطلبة في التمييز بين إتصال الإقتران ووجود النهاية وكون الإقتران معرفاً عند نقطةٍ معطاة وكيفية الربط بينهما.

ويُمكن عرض هذه النتائج ويليها المناقشة، على النحو التالي:

أولاً: النتائج المتعلقة بإجابة سؤال الدراسة الأول ونصه: "ما تصور الطلبة لمفهوم النهاية في الرياضيات، ونهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة؟".

ثانياً: النتائج المتعلقة بإجابة سؤال الدراسة الثاني ونصه: "كيف يربط الطلبة بين إتصال أو عدم إتصال الإقتران عند نقطة، مع وجود النهاية أو عدمها عند تلك النقطة، وكون الإقتران معرفاً أم لا عند النقطة؟".

ثالثاً: النتائج المتعلقة بإجابة سؤال الدراسة الثالث ونصه: "ما الأخطاء المفاهيمية التي يرتكبها الطلبة في مفهومي النهاية والاتصال، وما نسبها حسب الكلية العلمية التي ينتمي لها الطلبة؟".

أولاً: نتائج سؤال الدراسة الأول والمتعلق بتصور الطلبة لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل، ونهاية الإقتران عند نقطة معطاة.

من أجل تكوين صورةٍ تفصيلية حول تصور الطلبة لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل ونهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة، تمَّ إستقراء إجابات الطلبة على فقرات الإختبار المفاهيمي ذات الصلة والتي تمثلت بالأسئلة (١)، (٢)، (٣)، (٤)، (٧)، (٩) من الفقرة السادسة، والفقرة السابعة. وفيما يلي عرضاً لهذه التصورات ونسبها في كل فقرة.

أولاً: تصورات الطلبة لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل ونسبها، كما ظهرت في إجاباتهم على الأسئلة (١)، (٤)، (٧) من الفقرة السادسة، ويوضح الجدول (٣) إجابات الطلبة على هذه الأسئلة.

الجدول (٣)

تصورات الطلبة لمفهوم النهاية في التفاضل والتكامل.

نص السؤال	عدد الطلبة الذين أجابوا بصحة العبارة	عدد الطلبة الذين أجابوا بخطأ العبارة	عدد الطلبة الذين لم يجيبوا السؤال
١) النهاية في التفاضل والتكامل، هي حد لايمكن اجتيازه.	١٤٢	*٩٥	٢٩
٤) النهاية، هي تقريب يمكن عمله بالدقة التي نريد.	١٤٦	*٩٢	٢٨
٧) النهاية، هي عملية وليست قيمة.	١٠٥	*١٢٧	٣٤

***الإجابة الصحيحة.**

ويُلاحظ من النتائج المعروضه في الجدول أعلاه تصورات الطلبة لمفهوم النهاية في مقرر التفاضل والتكامل، حيث يُلاحظ أن ما نسبته (٥٣%) من الطلبة يعتقدون خطأً بأنَّ مفهوم النهاية في الرياضيات لا يختلف عنها في الحياة العملية، أي أنها حد لا يمكن اجتيازه، فيما يعتقد (٣٦%) من الطلبة أنَّ النهاية ليست حداً، وأخطأ (٥٥%) من الطلبة في السؤال الرابع بإعتبارهم أنَّ النهاية هي تقريب دقيق، فيما لم يعتقد (٣٥%) من الطلبة بصحة تلك العبارة، ولم يتفق (٤٨%) من الطلبة مع

العبارة الخطأ، بأنَّ: " النهاية هي العملية التي نقوم بها عند إيجاد القيمة وليست القيمة نفسها التي نحصل عليها من إجراء تلك العملية"، بينما (٤٠%) من الطلبة يظنون أنَّ النهاية هي عملية.

ثانياً: تصورات الطلبة لمفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة ونسبها، حسبما ورد في إجاباتهم على الأسئلة (٢)، (٣)، (٩) من الفقرة السادسة، والفقرة السابعة من الإختبار المفاهيمي، ويُبين الجدول(٤) إجابات الطلبة على أسئلة الفقرة السادسة ذات العلاقة.

الجدول (٤)

تصورات الطلبة لمفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة.

نص السؤال	عدد الطلبة الذين أجابوا بصحة العبارة	عدد الطلبة الذين أجابوا بخطأ العبارة	عددالطلبة الذين لم يجيبوا السؤال
٢) تصف النهاية حركة قيمة الإقتران على محور الصادات مقترنة بالحركة على محور السينات بإتجاه نقطة معينة.	*١٧٥	٥٨	٣٣
٣) النهاية، هي عدد تقترب منه قيمة الإقتران لكن لا تصله أبداً.	١٢٦	*١٠٤	٣٦
٩) نهاية الإقتران ق(س) عندما تقترب (س) من النقطة (أ)، هي العدد الذي نحصل عليه بإيجاد قيمة الإقتران عند س=أ.	١٠١	*١٢٤	٤١

*الإجابة الصحيحة.

وبملاحظة إجابات الطلبة على الأسئلة الثاني والثالث والتاسع من الفقرة السادسة، نجد أنَّ غالبية الطلبة وبنسبة (٦٦%) يُقرون بأنَّ النهاية تصف حركة قيمة الإقتران على محور الصادات مقترنةً بالحركة بإتجاه نقطة معطاة على محور السينات، بينما (٢٢%) لا يتفقون مع صحة هذه العبارة، وفيما يتعلق بإمكانية وصول الإقتران إلى نهايته والتي تحدث في حالة الإقتران المتصل، فيعتبر (٤٧%) من الطلبة أنَّ النهاية هي عدد تقترب منه قيمة الإقتران ولا تصله على الإطلاق مهما

كان نوع الإقتران، فيما يُخالفهم ما نسبته (٣٩%) من الطلبة بإمكانية وصول النهاية لذلك العدد. وفيما يتعلق بإيجاد قيمة النهاية عند نقطة فيُلاحَظ أنَّ (٣٨%) من الطلبة لديهم تصوراً أنَّ نهاية إقتران عند نقطة هي القيمة الناتجة من تعويض تلك النقطة في الإقتران، فيما (٤٧%) من الطلبة لم يوافقوا على ذلك.

أمّا عن تصورات الطلبة التي أظهرتها إجاباتهم على الفقرة السابعة والتي نصُها: " اكتب بكلماتك الخاصة، ماذا يعني القول بأنَّ نهاية الإقتران ق(س) (عندما تقترب (س) من النقطة (أ)) هي العدد ب"، فيوضحها الجدول (٥) مع نسبها.

الجدول (٥)

تصورات الطلبة لمفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة الناتجة من الفقرة السابعة ونسبها.

تصورات الطلبة لمفهوم نهاية الإقتران عند نقطة معطاة.	النسب*
- هي إتصال الإقتران عند تلك النقطة.	(٢٧%)
- هي تعويض نقاط في الاقتران بحيث تكون أقل من نقطة النهاية وأكبر منها وعند النقطة نفسها.	(٢٨%)
- نهاية الإقتران عند نقطة مثل (أ)، هي التعبير الرمزي " نها ق(س)=ب، عندما (س←أ)".	(٣٢%)
- هي دراسة لسلوك الإقتران عند الاقتراب عن يمين النقطة ويسارها.	(٣١%)
- هي أن يكون الإقتران معرفاً عند تلك النقطة.	(٢٣%)
- هي صورة تلك النقطة في الإقتران.	(٣٢%)
- هي أن تتساوى النهاية على يمين ويسار تلك النقطة.	(٤٦%)
- هي قيمة ثابتة يقترب منها الإقتران.	(٢٣%)
- هي قيمة تقريبية للإقتران عند تلك النقطة.	(٢٧%)
- هي الاقتراب من تلك النقطة دون الوصول اليها.	(٢٧%)

***علماً بأنَّ الطلبة أوردوا في إجاباتهم تصورين في الأقل.**

وبالنظر إلى إجابات الطلبة على الفقرة السابعة من الإختبار، المبينة في الجدول (٥) يتضح التنوع بتصوراتِهم لمفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة. ومن جانبٍ آخر يتبيَّن أن الطلبة حققوا أعلى

نسبة وهي (٤٦%) بتصورهِم لهذا المفهوم على أنهُ وجود نهاية للإقتران عندما (س←أ)، بتَساوي النهاية على يمين النقطة (أ) ويسارها.

وكذلك يتبيَّن فهم الطلبة للتعبير الرمزي (نهـا ق(س)=ب، س←أ)، بأنَّه يُعبِّر عن إتصال الإقتران عند النقطة (أ)، فهؤلاء يعتقدون أنَّ وجود نهاية للإقتران عند نقطة يؤدي لإتصال الإقتران عند تلك النقطة، وكذلك يعتبرون وجود النهاية عند نقطة يعني أنَّ الإقترن معرَّفاً عند تلك النقطة، مما يعني أنَّ وجود نهاية للإقتران عند نقطةٍ ما، يضمن أن يكون للإقتران صورة عند تلك النقطة وهذا ما يجعلنا نُفسِّر اعتقاد الطلبة المتمثل بإعتبارهِم النهاية عند نقطة هي تعويض تلك النقطة في الإقتران (أي صورتها في الإقتران)، لذلك نجد الطلبة غالباً يسعَون للبحث عن وجود صورةٍ معطاة للنقطة في الإقتران سواء أكان ذلك متوفراً بسبب إتصال الإقتران أو كونه معرَّفاً عند النقطة، ذلك لأنَّه يضمن لهم وجود النهاية عند تلك النقطة.

ثانياً: نتائج سؤال الدراسة الثاني والمتعلق بمقدرة الطلبة على الربط بين الإتصال و النهاية عند نقطة وكون الإقتران معرَّفاً أم لا عند تلك النقطة.

لمعرفة مقدرة الطلبة على الربط بين وجود النهاية والإتصال عند نقطة وكون الإقتران معرفاً أم لا عند تلك النقطة، تمَّ السعي نحو ذلك من خلال إستقراء إجابات الطلبة على الأسئلة (٢)، (٣) من الفقرة الثانية، والأسئلة (١)، (٢)، (٣)، (٤)، (٦) من الفقرة الثالثة، والأسئلة (١)، (٥) من الفقرة الرابعة، وكذلك الأسئلة (٦)، (١٠)، (١٢)، (١٣) من الفقرة السادسة. ويبين الجدول (٦) الربط بين النهاية والاتصال وكون الإقتران معرفاً أم لا عند نقطةٍ معطاة والنسب والإجابات المؤدية للربط.

الجدول (٦)

الربط بين النهاية والاتصال وكون الإقتران معرفاً أم لا عند نقطةٍ معطاة ونسبها، والإجابات المؤدية للربط.

النسب	الإجابة المؤدية للربط بين المفاهيم الثلاثة	الربط بين المفاهيم الثلاثة
٤٢%	في الفقرة السادسة، السؤال (٦) إذا كانت نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند النقطة، فالإقتران متصل عند تلك النقطة. (إذا كانت إجابة الطلبة "نعم"). في الفقرة الثالثة، السؤال (١) للإقتران ق، اذا كانت نهـا ق(س)=٣، عندما (س← ٢)، إذا إختار الطلبة الإجابة: (أ) الإقتران متصل عند النقطة س=٢.	-إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة، فالإقتران متصل عند تلك النقطة.
٨%	في الفقرة الثالثة، السؤال (٢) إذا كان مجال الإقتران ق هو ح-{س.}، إذا اختار الطلبة الإجابة، (ب) ق متصل عند النقطة (س.).	-يمكن أن يكون الإقتران متصل عند نقطة تقع خارج مجال الإقتران.
٤٣%	في الفقرة الثالثة، السؤال (١) للإقتران ق، إذا كانت نهـا ق(س)=٣، عندما (س←٢)، إذا اختار الطلبة الإجابة: (ب) الإقتران ق(س) معرّفاً عند النقطة س=٢. وفي نفس الفقرة، السؤال (٣) العبارة" نهاية الإقتران ق(س) عندما (س) تؤول إلى النقطة (٢) هي (٩)" تكافئ العبارة، إذا اختار الطلبة الإجابة: (ب) الإقتران ق(س) معرّفاً عند س=٢.	-إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة، فالإقتران معرّف عند تلك النقطة.
٤٦%	في الفقرة الثالثة، السؤال (١) للإقتران ق، إذا كانت نهـا ق(س)=٣، عندما (س←٢): إذا اختار الطلبة الإجابة: (ج) ق(٢)=٣. وفي نفس الفقرة، السؤال (٣) العبارة" نهاية الإقتران ق(س) عندما (س) تؤول الى النقطة (٢) هي (٩)" تكافئ العبارة: إذا اختار الطلبة الإجابة: (أ) قيمة الإقتران ق(س) عندما س=٢ هي ٩. في الفقرة الرابعة، السؤال (٥) نهاية الإقتران ق عندما (س←س.) (تساوي/ لا تساوي) قيمة الإقتران عندما س=س.. إذا اختار الطلبة "تساوي". أنظر الشكل (٢-١) في الملحق (١). في الفقرة الثانية، السؤال (٢) للإقتران ق(س)=(١-س)/(١-س^{٢})، هل نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند النقطة س=+١، إذا أجبت بنعم، فما قيمتها؟. إذا قام الطلبة بتعويض النقطة في الإقتران واعتبروا القيمة الناتجه هي قيمة النهاية. وفي نفس الفقرة، السؤال (٣) للإقتران ق(س)=(١-س)/(١-س^{٢})، هل نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند النقطة س=-١، إذا	-قيمة النهاية عند نقطةٍ ما، هي قيمة الإقتران عند تلك النقطة، بغض النظر عن إتصال الإقتران.

تابع الجدول (٦)

الربط بين النهاية والاتصال وكون الإقتران معرفاً أم لا عند نقطةٍ معطاة ونسبها، والإجابات المؤدية للربط.

الربط بين المفاهيم الثلاثة	الإجابة المؤدية للربط	النسب
	أجبت بنعم، فما قيمتها؟. إذا قام الطلبة بتعويض النقطة في الإقتران وأعتبروا القيمة الناتجه هي قيمة النهاية. أنظر الشكل (١-١) في الملحق (١).	
-إذا كان للإقتران نهاية عند نقطةٍ ما، لا يعني أن يكون الإقتران متصلاً عند تلك النقطة.	في الفقرة السادسة، السؤال (٦) إذا كانت نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند النقطة، فالإقتران متصل عند تلك النقطة، (إذا كانت إجابة الطلبة "لا").	%٤٣
-لإيجاد نهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة، فإنه من الضروري أن نختبر إذا كان الإقتران معرفاً عند تلك النقطة أم لا.	في الفقرة الثالثة، السؤال (٤) إذا أردنا إيجاد نهاية الإقتران ق عند النقطة (س.)، فإنه من الضروري أن نختبر... إذا اختار الطلبة الإجابة: (ب) إذا كان الإقتران معرّفاً عند تلك النقطة.	%٥٠
-إذا كان الإقتران متصلاً عند نقطة، ليس بالضرورة أن تكون النهاية عند تلك النقطة هي صورتها في الاقتران.	في الفقرة السادسة، السؤال (١٢) لأي إقتران متصل ق، نهاية الإقتران ق(س) عند أي نقطة مثل (أ)، هي قيمة الإقتران عند تلك النقطة وتكتب ق(أ). (إذا كانت إجابة الطلبة "لا"). في الفقرة الرابعة، السؤال (١) أوجد نهـا ق(س)، عندما (س⟵س.)، (إذا لم يُجيب الطلبة أن النهاية عند النقطة (س.) هي (أ). أنظر الشكل (٢-١) في الملحق (١).	%٣٧
-في الإقتران المتصل، نهاية الإقتران عند نقطة هي صورة النقطة في الإقتران.	في الفقرة السادسة، السؤال (١٢) لأي إقتران متصل ق، نهاية الإقتران ق(س) عند أي نقطة مثل (أ)، هي قيمة الإقتران عند تلك النقطة وتكتب ق(أ). (إذا كانت إجابة الطلبة "نعم").	%٥٣
-قد تكون نهاية الإقتران موجودة عند نقطة غير	في الفقرة السادسة، السؤال (١٣) الإقتران ق(س) غير معرّف عند النقطة س=أ، لكن نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند تلك النقطة. (إذا أجاب الطلبة "نعم")، وفي	%٣٩

تابع الجدول (٦)

الربط بين النهاية والاتصال وكون الإقتران معرفاً أم لا عند نقطةٍ معطاة ونسبها، والإجابات المؤدية للربط.

النسب	الإجابة المؤدية للربط	الربط بين المفاهيم الثلاثة
	نفس الفقرة، السؤال (١٠) إذا كانت (س.) لا تنتمي لمجال الإقتران ق(س)، فالنهاية عند تلك النقطة غير موجودة. (إذا أجاب الطلبة "لا").	معرّف عندها الإقتران.
%٣٩	في الفقرة السادسة، السؤال (١٣) الإقتران ق(س) غير معرّف عند النقطة س=أ، لكن نهاية الإقتران ق(س) موجودة عند تلك النقطة. (إذا أجاب الطلبة لا)، وفي نفس الفقرة، السؤال (١٠) إذا كانت (س.) لا تنتمي لمجال الإقتران ق(س)، فالنهاية عند تلك النقطة غير موجودة. (إذا أجاب الطلبة "نعم"). في الفقرة الثالثة، السؤال (٢) إذا كان مجال الإقتران ق هو ح-{س.}، إذا اختار الطلبة الإجابة: (ج) ق معرّف لكن النهاية غير موجودة عند تلك النقطة. وفي نفس الفقرة، السؤال (٦) إذا كان ق(س)= (١-س)/(١-س^٢)، إذا أختار الطلبة الإجابة: (ب) إذا حاولنا إيجاد ق(١)، نحصل على (٠/٠)، ونستنتج أن نهاية الإقتران ق(س) عند س=١، غير موجودة.	-لأي إقتران ق(س) غير معرّف عند نقطة، فالنهاية غير موجودة عند تلك النقطة.

ثالثاً: نتائج سؤال الدراسة الثالث والمتعلق بالأخطاء المفاهيمية التي ارتكبها الطلبة في مفهومي النهاية والإتصال، ونسبها حسب الكلية العلمية التي ينتمي لها الطلبة، ومناقشتها.

لمعرفة الأخطاء المفاهيمية التي يقع بها الطلبة في مفهومي النهاية والإتصال وكذلك ما يرتبط بهذين المفهومين من أخطاء أخرى، تمَّ استقراء إجابات الطلبة على الفقرة الأولى، والأسئلة (١)، (٤)، (٥)، (٦) من الفقرة الثانية، والأسئلة (٣)، (٥) من الفقرة الثالثة، والسؤال (٢) من الفقرة الرابعة، والفقرة الخامسة، والأسئلة (٥)، (٨)، (١١) من الفقرة السادسة، وفيما بعد تمَّ إضافة الأخطاء المفاهيمية التي ارتكبها الطلبة في تصورهم لمفهوم النهاية، والأخطاء المفاهيمية لديهم

في الربط بين الإتصال والنهاية وكون الإقتران معرفاً عند نقطة، ويوضح الجدول (٧) تصنيف الأخطاء المفاهيمية ونسبها والأسئلة والفقرات ذات العلاقة.

الجدول (٧)

تصنيف الأخطاء المفاهيمية ضمن ثلاث فئات ونسبها والأسئلة والفقرات ذات العلاقة.

تصنيف الأخطاء المفاهيمية	الأخطاء المفاهيمية	الأسئلة والفقرات ذات العلاقة والإجابة المؤدية للخطأ المفاهيمي	النسب*
-أخطاء مفاهيمية في فهم التعريف غير الرسمي لنهاية إقتران عند نقطة معطاة.	-لإيجاد نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة، يكفي وجود صورتين متقاربتين في القيمة لنقطتين قريبتين من تلك النقطة ومجاورتين لها على يمينها ويسارها.	في الفقرة الأولى، إذا كان ق(س)=١٠ عند النقطة س=٢، ق(٢,٠١٩٤٥٥٤٦)=٩,٠٦٠١٣٤٥٦، ق(١,٩٩٠٠١٢٢)=٨,٩٤٠١٥٤٣١٢٤. - هل يمكن إيجاد قيمة نهـا ق(س) عندما (س←٢) من المعلومات المعطاة؟ لماذا؟ - إذا كان ذلك ممكناً، فما قيمة "نهـا ق(س) عندما (س←٢)"؟ لماذا؟ (إذا أجاب الطلبة بإمكانية ذلك، وأعطى قيمة للنهاية وأعطى تبريراتٍ مختلفة). في الفقرة الخامسة، في الجدول (١-١) الذي يبين قيم (س) وقيم ق(س) التي تقابلها، الموضح في الملحق (١). - هل يمكن إيجاد قيمة نهـا ق(س) عندما (س←٢) من المعلومات المعطاة؟ إذا كان ذلك ممكناً، فما قيمة "نهـا ق(س) عندما (س←٢)"؟ لماذا؟ - إذا لم يكن ممكناً، لماذا؟ (إذا أجاب الطلبة بإمكانية ذلك، وأعطى قيمة للنهاية وأعطى تبريراتٍ مختلفة).	١٠٠%
-أخطاء مفاهيمية في خصائص نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة.	- وجود النهاية عند أطراف الفترات.	في الفقرة السادسة، السؤال (١١) لإيجاد نهاية الإقتران ق، عندما (س) تؤول الى (س.)، يجب أن تكون (س.) هي طرف فترة، (إذا كانت إجابة الطلبة "نعم"). في الفقرة الثالثة، السؤال (٣) العبارة" نهاية الإقتران ق(س) عندما (س) تؤول الى النقطة (٢) هي (٩)" تكافئ العبارة: إذا اختار الطلبة الإجابة، (ج) "س=٢، هي طرف فترة". في الفقرة الرابعة، السؤال (٢) نهـاق(س)، عندما (س←س١). (إذا كانت إجابة الطلبة: النهاية موجودة وتساوي عددٍ ما).	٤٧%

*حيث تمَّ حساب هذه النسبة بإيجاد الوسط الحسابي للنسب الناتجه من كل فقرة ورد فيها خطأ مفاهيمي

تابع الجدول (٧)

تصنيف الأخطاء المفاهيمية ضمن ثلاث فئات ونسبها والأسئلة والفقرات ذات العلاقة.

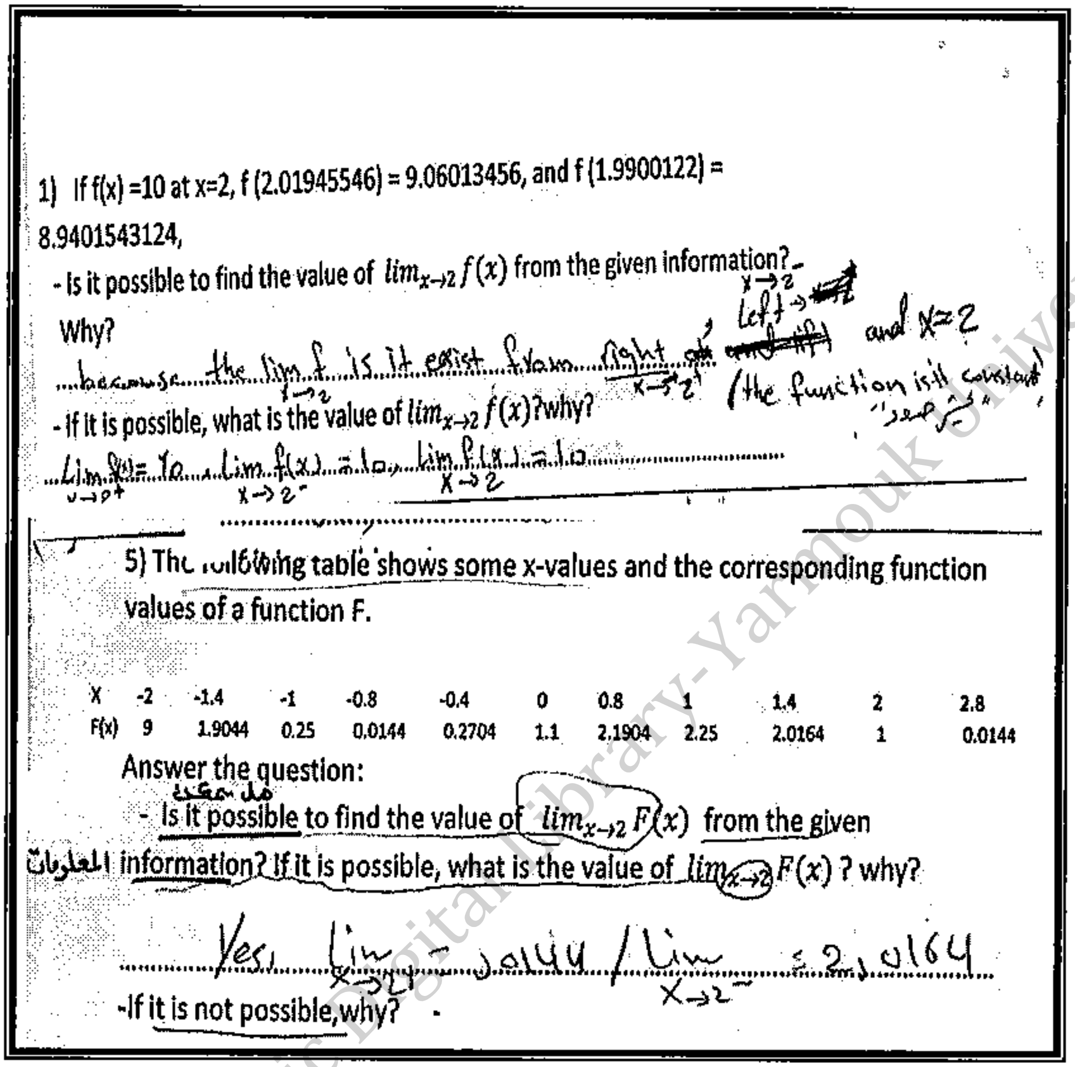
تصنيف الأخطاء المفاهيمية	الأخطاء المفاهيمية	الأسئلة والفقرات ذات العلاقة والإجابات المؤدية للخطأ المفاهيمي	النسب*
	- وجود النهاية عند أي نقطة بشكلٍ عام.	في الفقرة السادسة، السؤال (٥) قد تفشل النهاية بأن تكون موجودة عند نقطة معينة، (إذا كانت إجابة الطلبة، "لا").	٣٢%
	-عدم وحدانية النهاية.	في الفقرة السادسة، السؤال (٨) إذا كانت نهاية الإقتران ق موجودة، فهي وحيدة. (إذا أجاب الطلبة "لا"). في الفقرة الثالثة، السؤال (٥) للإقتران هـ (س) المعطى في الشكل (٢-١)، انظر الملحق(١)، إذا اختار الطلبة الخيار، (ب) نها هـ (س)= ١،٢، عندما (س←٠).	٣٨%
-أخطاء في أساسيات إتصال الإقتران عند نقطةٍ ما.	-نقاط انفصال اقترانٍ ما، أو فترات الإنفصال تكون على محور الصادات.	في الفقرة الثالثة، السؤال (٥) للإقتران هـ (س) المعطى في الشكل (٢-١)، انظر الملحق(١)، إذا اختار الطلبة الخيار، (أ) الإقتران هـ (س) له نقطة إنفصال عند س=١. وفي نفس الفقرة، السؤال (٥) للإقتران هـ (س) المعطى في الشكل (٢-١)، انظر الملحق(١)، إذا اختار الطلبة الخيار، (ج) الإقتران متصل في كل مكان ماعدا على الفترة [٢،١].	٢٩%

*حيث تمّ حساب هذه النسبة بإيجاد الوسط الحسابي للنسب الناتجة من كل فقرة ورد فيها خطأ مفاهيمي

- **مناقشة الأخطاء المفاهيمية في فهم التعريف غير الرسمي للنهاية:**

بملاحظة النتائج التي توصلت إليها الدراسة في الجدول (٧) السابق، نجد الضعف الواضح في فهم الطلبة للتعريف غير الرسمي لمفهوم النهاية ذلك أنّه من الملاحظ أنّ جميع طلبة العينة وبنسبة (١٠٠%) لديهم اعتقاد بأنه لإيجاد نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة يكفي اختبار صور نقطتين قريبتين من تلك النقطة على يمينها ويسارها لتحديد وجود النهاية. وهذا ما ظهر في إجابات الطلبة على فقرات الإختبار الأُولى والخامسة والتي تمَّ عرضها بأسلوبين مختلفين، إذ أُعطي الطلبة في الفقرة الأُولى معلوماتٍ محددة عن الإقتران تمثّلت بصورة النقطة المراد إيجاد النهاية عندها وصور لنقطتين قريبتين منها على يمينها ويسارها، فقام الطلبة بالإكتفاء بالنظر إلى صور تلك النقاط القريبة والمحيطة بنقطة

النهاية وملاحظة تقارب الصور في المقدار واستنتاج قيمة النهاية من هذه المعلومات. وهذا ما يتعارض مع التعريف غير الرسمي للنهاية – الذي ينص على: لكل فترة محيطة بالعدد ل على محور الصادات وهو قيمة نهاية الإقتران عند (س.)، هناك فترة محيطة بالعدد (س.) على محور السينات، بحيث تكون كل قيم ق(س) موجودة في الفترة حول ل، كلَّما كانت س في الفترة المحيطة بالنقطة (س.)– وكذلك مع مفهوم النهاية الذي يتعامل مع كمياتٍ متناهيةٍ في الصغر والذي يتطلب وجود فترة محيطة بالعدد المراد إيجاد النهاية له واختبار صور عددٍ كافٍ من النقاط المحيطة بنقطة النهاية وملاحظة اقتراب صور تلك النقاط من قيمة معينة على محور الصادات ضمن هذه الفترة. وهذا ما تؤكده إجابات الطلبة على الفقرة الخامسة من الإختبار التي طُرحت بأسلوبٍ آخر تَمثَّل بإعطاءِ جدولٍ من القيم المحيطة بالنقطة المراد إيجاد النهاية عندها، وقيام الطلبة كذلك بملاحظة صور الأعداد على يمين ويسار النقطة والإكتفاء بصور عددين لتحديد وجود النهاية من عدمها، ويبين الشكل(١) نماذج من إجابات الطلبة على فقرتي الإختبار الأولى والخامسة.



1) If f(x) =10 at x=2, f (2.01945546) = 9.06013456, and f (1.9900122) = 8.9401543124,

- Is it possible to find the value of $lim_{x\to 2} f(x)$ from the given information?

Why?

because the $\lim_{x\to 2} f$ is it exist from right and left $x\to 2$ and x=2 (the function is constant

- If it is possible, what is the value of $lim_{x\to 2} f(x)$?why?

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 10$, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 10$, $\lim_{x\to 2} f(x) = 10$

5) The following table shows some x-values and the corresponding function values of a function F.

X	-2	-1.4	-1	-0.8	-0.4	0	0.8	1	1.4	2	2.8
F(x)	9	1.9044	0.25	0.0144	0.2704	1.1	2.1904	2.25	2.0164	1	0.0144

Answer the question:

- Is it possible to find the value of $lim_{x\to 2} F(x)$ from the given information? If it is possible, what is the value of $lim_{x\to 2} F(x)$? why?

Yes, $\lim_{x\to 2^+} = 0.0144$ / $\lim_{x\to 2^-} = 2.0164$

-If it is not possible,why?

الشكل (١)

نماذج من إجابات الطلبة على فقرتي الإختبار الأولى والخامسة.

وكذلك تمَّ استخدام أسلوبٍ طرحٍ ثالث ضمن أسئلة المقابلة تمثَّل بسؤال الطلبة بشكلٍ مباشر عن نفس الفكرة وتمَّ الحصول على نفس الإجابة، حيث نصَّ سؤال المقابلة الأول على التالي:" لإيجاد قيمة نهاية الإقتران ق(س) عند العدد (س.)، يكفي معرفة صور عددين على يمين ويسار العدد (س.)؟ (نعم/ لا) مع ذكر السبب".

وقد تنوعت إجابات الطلبة وكان من أبرزها التالي:

الطالب١: " نعم، حيث أنّه إذا كانت النهاية من اليمين مساوية للنهاية من اليسار تكون النهاية موجودة، أمّا إذا كانت النهاية من اليمين لا تساويها من اليسار فإنّ النهاية غير موجودة ".

الطالب ٥:" نعم، لأن معرفة صورة العددين على يمين ويسار العدد (س.)، يُمكّننا أن نعرف إتصالها من عدمه وإذا كانت موجودة أم لا ".

الطالب٦:" نعم، لأنه يجب معرفة صورة العدد (س.) والنهاية من اليمين والنهاية من اليسار للعدد (س.)، أي صورة عدد على يمينه وعدد على يساره".

وبملاحظة إجابات الطلبة على فقرات الإختبار المذكورة وكذلك في سؤال المقابلة، فإنه يُمكن إعزاء سبب هذا الإخفاق في الفهم لِكون هذا المفهوم لا يُدرَّس للطلبة بإستخدام أسلوب الرسم البياني، ذلك لأنَّ مفهوم النهاية قائم على التعامل مع الأعداد المتناهية في الصغر الموجودة ضمن فترة معينة محيطة بالعدد، وهذا من غير السهل على الطلبة تخيُّله ذهنياً عن طريق الرسم اليدوي من قِبل المدرِّس على السبورة، لذا يحتاج الطلبة لملاحظة التغيرات البسيطة في الإقتران وملاحظة سلوك الإقتران وملاحظة أنه يمكن أن يتغير سلوك الإقتران حول النقطة المراد إيجاد النهاية عندها ضمن فترة صغيرة جداً من الأعداد التي يستطيع الطلبة إدراكها فقط من خلال الوسائل المرئية المتمثلة بإستخدام برامج الرسوم البيانية الجاهزة على أجهزة الحاسوب.

- **مناقشة الأخطاء المفاهيمية في خصائص نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة:**

كما ونلاحظ من النتائج في الجدول (٧) السابق إعتقاد ما نسبته (٣٢%) من الطلبة بوجود النهاية عند أي نقطة نقوم بإيجاد نهاية الإقتران عندها وهذا يُبين عدم إدراك الطلبة أنه يمكن أن يكون

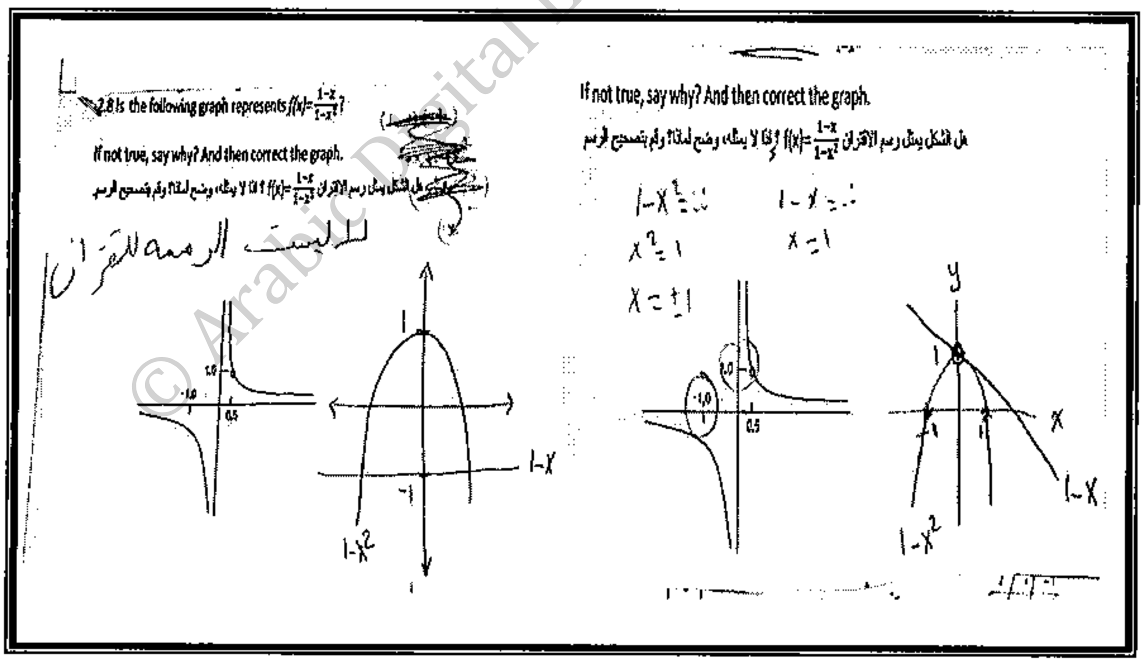
تعريف الإقتران مختلفاً على جهتي النقطة المراد إيجاد نهاية الإقتران عندها، مما يقود الى اختلاف في صور تلك النقاط، وبالتالي عدم تساوي النهاية على يمين ويسار النقطة، وهذا يعني عدم وجود النهاية عند النقطة المذكورة. كما نتج عن هذا الإعتقاد الخاطئ خطأ مفاهيمي آخر وهو اعتقاد ما نسبته (٤٧%) من الطلبة بوجود النهاية عند أطراف الفترات، وهذا يُبين بشكلٍ واضحٍ تصور الطلبة غير الدقيق لمفهوم المجال الذي يكون معرَّفاً عليه الإقتران وأنّه في الفترة التي يُعرَّف عليها الإقتران يكون الإقتران مرسوماً فقط ضمن حدودها وأنَّ أطراف الفترات تُعبِّر عن الحدود التي ينتهي عندها الإقتران وبالتالي لا يوجد إقتران خارج تلك الفترة فتكون النهاية من هذه الجهه غير موجودة لأننا لا نستطيع الإقتراب من طرف الفترة من اليمين واليسار، وبذلك لا يُمكن رصد التغير الحاصل في سلوك الإقتران حول طرف الفترة. وهذا ما يعود في سببه الى الضعف في فهم أساسيات مفاهيم النهاية مثل، المجال والفترة، لذا فمن الضروري إدراج البُعد البصري ونهج الرسوم البيانية في تدريس مفهوم النهاية لتتضح لدى الطلبة الحالات التي لا يمتلك فيها الإقتران نهاية عند نقطةٍ ما، كذلك من الضروري تطوير بُنية مفاهيمية لدى الطلبة للمتطلبات السابقة لمفهوم النهاية.

وتحت تصنيف هذا النوع من الأخطاء المفاهيمية والمتعلق بخصائص نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة، فقد ظهر لدى الطلبة إعتقاد بعدم وحدانية النهاية عندما تكون موجودة عند نقطةٍ ما، وكذلك قيام الطلبة بإستخدام التعبير الرمزي " نهـا ق(س)= أ، ب، عندما تقترب (س⟵س.)" للتعبير عن قيمة النهاية عند نقطة من اليمين واليسار مُغفلين بذلك وحدانية النهاية، وأنَّ النهاية هي طريقة لتقريب قيمة الإقترانات عند نقطة ولا يكون التقريب إلاَّ بالحصول على قيمةٍ واحدة للنهاية، وأنَّ هذا التعبير الرمزي لا يُمكن استخدامه إلاَّ في حالة تساوي قيمة النهاية عن يمين النقطة ويسارها. وقد طَرحت الباحثة هذا السؤال على الطلبة في المقابلة، إذْ قدَّمت سؤال المقابلة بالشكل التالي:" يمكن القول بأنَّ

نها ق(س)= ٠، ∞، عندما(س← ٢)، إذا كانت نها ق(س)=٠ على يمين العدد ٢، ونها ق(س)=∞، على يسار العدد ٢؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب"، وقد أجاب جميع الطلبة إجابةً صحيحة وذلك بعدم إمكانية استخدام هذا التعبير الرمزي للتعبير عن قيمة النهاية عند نقطة لأنها غير موجودة عند تلك النقطة وهذه الإجابات تتعارض مع إجابات الطلبة على الأسئلة التي طُرحت حول هذا الموضوع في الإختبار. من المُلاحظ أنَّه تمَّ طرح هذه الفكرة بثلاثة أساليبَ مختلفة، ففي السؤال الثامن من الفقرة السادسة عُرِض بأسلوب التعبير اللفظي بالكلمات وكانت نسبة الطلبة (٤٣%) الذين أجابوا بخطأ العبارة، وهذا بدوره يقود لإستنتاج وجود خطأ مفاهيمي لدى الطلبة في فهم هذه الفكرة، وقد أكَّد ذلك إجابات الطلبة على السؤال الخامس من الفقرة الثالثة عندما طُرِح بواسطة الرسم البياني حيث أخفق الطلبة بملاحظة عدم وجود النهاية وبالتالي عدم إمكانية استخدام التعبير الرمزي " نها ق(س)= أ، ب، عندما س ← س." وذلك عندما تكون نهاية الإقتران غير موجودة عند النقطة. وهذا ما جعل الباحثة تُلاحظ أنَّ الإختلافات في أُسلوب طرح الفكرة بقوالب مختلفة تؤدي الى نتائج مختلفة وكما هو ملاحَظ أنَّ أنجح الأساليب التي جعلت الطلبة يُدركون عدم إمكانية استخدام التعبير الرمزي عندما تكون النهاية غير موجودة عند النقطة، هو عرض الفكرة والسؤال عنها بشكلٍ مباشر كما في سؤال المقابلة الثامن المذكور آنفاً وهو استخدام التمثيلات اللفظية، وهذا قد يقود الباحثة لإعتبار أنَّ استخدام المدرِّس/ المحاضر لنموذج عرضٍ واحد وعدم التنوع في عرض الفكرة بأكثر من نموذج أو تمثيلٍ كالتمثيل الرمزي، والتمثيل بالرسم البياني، بالإضافة للتمثيلات اللفظية، قد يجعل تفكير وتصور الطلبة محدوداً لفكرةٍ ما، وكذلك بسبب استخدام طرق التدريس التقليدية المباشرة، والخلفية المعرفية الضعيفة عن النهاية وما يرتبط بها من خصائص.

- **مناقشة الأخطاء المفاهيمية في أساسيات إتصال الإقتران عند نقطةٍ ما:**

كما لاحظت الباحثة من خلال إجابات الطلبة على السؤال الخامس من الفقرة الثالثة خللاً في استقراء نقاط الإنفصال وفترات الإنفصال من خلال الرسم البياني حيثُ اعتبر الطلبة أنّ المنطقة التي ينقطع فيها الإقتران على محور الصادات هي فترة الإنفصال وكذلك النقطة التي انفصل عندها الإقتران هي نقطة انفصال على محور الصادات، فبالتالي عدم تمييزهم بين محور الصادات ومحور السينات عند تمثيل نقاط الإنفصال وتمثيل فترات الإنفصال عليه وقد أخطأ ما نسبته (٢٩%) من الطلبة في هذا المفهوم الأساسي المرتبط بإتصال الإقتران أو إنفصاله عند نقطة أو على فترة. وقد تأكّد هذا الضعف في تمثيل الطلبة لنقاط الإنفصال على محور الصادات كما ظهر في إجاباتهم على السؤال السادس من الفقرة الثانية، ويُبين الشكل (٢) نموذجاً من إجابات الطلبة على السؤال السادس من الفقرة الثانية.



الشكل (٢)

نماذج من إجابات الطلبة على السؤال السادس من الفقرة الثانية.

ويُعبِّر الشكل (٢) عن وجود فجواتٍ في معرفة ما نسبته (٢٩%) من الطلبة للمفاهيم الأساسية لتمثيل زوجٍ مرتب من النقاط على المستوى الديكارتي وتمثيل فترة، وكذلك التفريق بين الإحداثيات السينية والصادية حيث لم تتشكّل هذه المعارف تماماً في أذهانهم.

وبالإطِّلاع العام على إجابات الطلبة على فقرات الإختبار المفاهيمي لوحِظ تكرار كثيرٍ من الأخطاء عند الطلبة والتي يُمكن وصفها "أخطاء في فهم حقائق الإقتران النسبي والأخطاء الإجرائية"، كما هو مبين في الجدول (٨).

الجدول (٨)

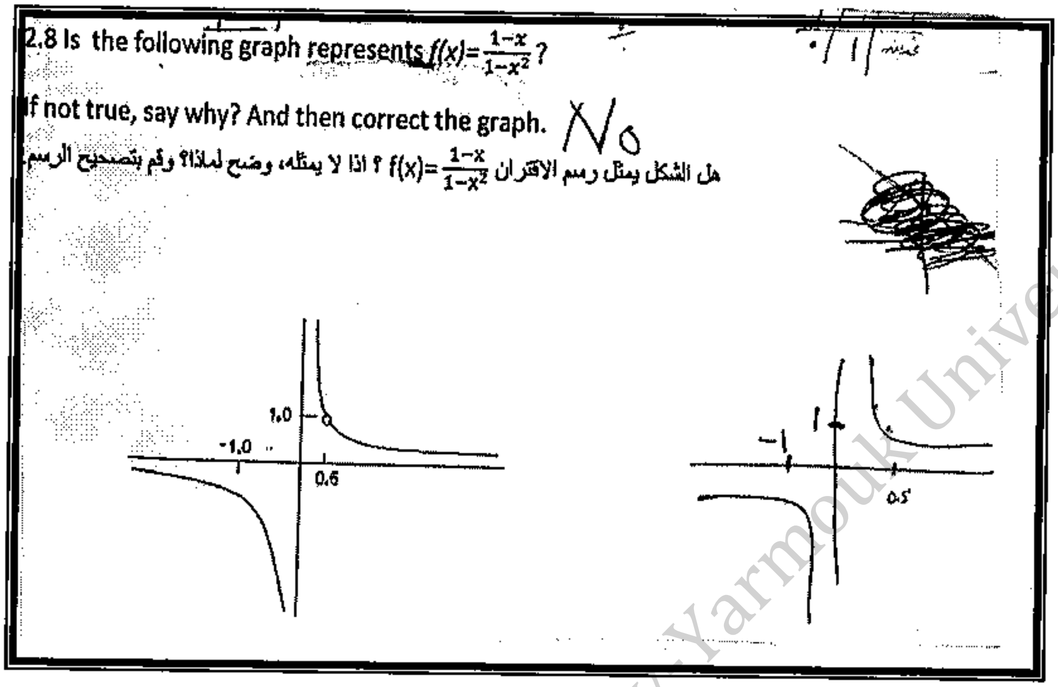
أخطاء في فهم حقائق الإقتران النسبي والأخطاء الإجرائية

تصنيف الأخطاء	الأخطاء	الأسئلة والفقرات ذات العلاقة والإجابات المؤدية للخطأ
أخطاء في فهم حقائق الإقتران النسبي.	- مجال الإقتران النسبي هو أصفار المقام. -التعبير الرمزي الخاطيء عن مجال الإقتران النسبي، بإستخدام "رمز الفتره" وليس "رمز المجموعه".	في الفقرة الثانية، للإقتران ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢})، السؤال (١) ما مجال الإقتران ق(س)؟، (إذا أجاب الطلبة،−١،١+١). في الفقرة الثانية، للإقتران ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢})، السؤال (١) ما مجال الإقتران ق(س)؟، (إذا أجاب الطلبة، ح−[−١،١+١]، ح−(−١،١+١)).
الأخطاء الإجرائية.	- يُعبِّر الطلبة عن القيمة (٠/٠) بأنها تساوي صفر، أو ١، أو ∞. -وكذلك القيمة (٢/صفر) بأنها تساوي صفر. - عدم القدرة على نقل المعرفة الجبرية الرمزية الى رسم بياني.	في الفقرة الثانية، للإقتران ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢})، السؤال (٤) ما قيمة الإقتران ق(س) عند النقطة س=١؟ (إذا أجاب الطلبة، ٠/٠=٠، أو ١، أو∞). في الفقرة الثانية، للإقتران ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢})، السؤال (٥) ما قيمة الإقتران ق(س) عند النقطة س=−١؟ (إذا أجاب الطلبة، ٢/٠=٠). في الفقرة الثانية، للإقتران ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢})، السؤال (٦) هل يُمثل الرسم في الشكل (١−١) في الملحق (١)، الإقتران ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢}) ؟ إذا أجبت "لا"، بيِّن لماذا، بعد ذلك قم بتصحيح الرسم. (إذا لم يستطع الطلبة رسم الإقتران بتوضيح نقاط الإنفصال والنقاط التي يكون الإقتران عندها غير معرَّف).

يوضح الجدول (٨) أنَّ من تلك الأخطاء ما يتعلق بحقائق الإقتران النسبي فمن حيث مجال الإقتران النسبي استطاع الكثير من الطلبة إيجاد المجال بالصورة الصحيحة وذلك بإستثناء أصفار المقام من المجال ولكن بالمقابل أخفق ما نسبته (٢٨%) بمعرفة المجال والتعبير عنه بأنه أصفار المقام، وكذلك لاحظت الباحثة من خلال رصد إجابات الطلبة على الفقرة الثانية من الإختبار بأنَّ الكثير من الطلبة استخدموا التعبير الرمزي ح − (−١،+١)، الذي أرادوا من خلاله التعبير عن مجال الإقتران النسبي وهو جميع الأعداد الحقيقية ما عدا أصفار المقام ±١، فلم يستخدموا التعبير ح − {±١} لإستثناء أصفار المقام من مجموعة الحل، فالطلبة لا يميزون بين رمز الفترة التي تحوي عدد لانهائي من النقاط ورمز المجموعة التي تحتوي على أصفار المقام فقط.

ومن الأخطاء الإجرائية ذات الأهمية والصلة الوثيقة بموضوع النهاية وإيجادها هو أنَّ ما نسبته (٥٠%) من الطلبة عبروا عن الناتج ٠/٠، بأنه القيم ٠، أو ١، أو ∞، وعبَّر (١٨%) من الطلبة عن النتيجة ٢/٠ بأنَّها تساوي ٠، ولاحظت الباحثة أخطاء الطلبة المتعلقة باللغة المستخدمة لتفسير النواتج، فمثلاً وصَفَ عدد من الطلبة القيمة ٠/٠ بأن " النهاية غير معرَّفة" ولم يدركوا أنَّها " كمية غير محددة"، وهذا يتفق مع ما توصل إليه (Dindyal & Jaffar, 2011) في دراستهم حيث صنَّفوا هذا النوع من الأخطاء بالأخطاء المفاهيمية في اللغة.

وقد أفادت نتائج السؤال السادس من الفقرة الثانية في الإختبار بعدم مقدرة الطلبة على تمثيل الإقتران بالرسم البياني وتوضيح نقاط الإنفصال على الرسم وكذلك مجال الإقتران والنقاط التي لا يكون معرَّفاً لديها الإقتران، كما يوضحه الشكل (٣).



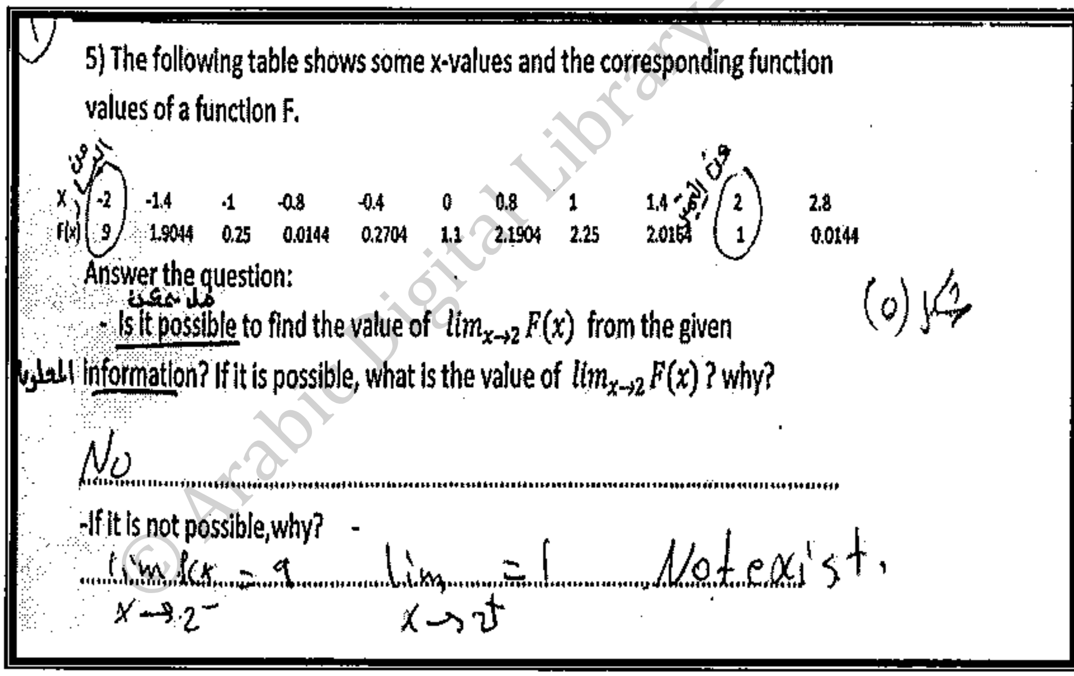
الشكل (٣)

نموذج من إجابات الطلبة على السؤال السادس من الفقرة الثانية يبين عدم مقدرة الطلبة على تمثيل الإقتران بيانياً.

وهذا بدوره يُظهر عدم مقدرة الطلبة على نقل المعرفة الجبرية إلى رسمٍ بياني، ذلك أنَّ ما نسبته (٧٢%) من الطلبة استطاعوا إيجاد مجال الإقتران النسبي ق(س)= (١−س) /(١−س^{٢}) بنجاح وكذلك معرفة نقاط الإنفصال للإقتران ولكن لم يتمكنوا من نقل هذه المعرفة وتمثيلها على شكل رسمٍ بياني. وقد يُعزى ذلك لقلة التركيز على هذه الإستراتيجية في عرض المفاهيم مثل (المجال، نقاط الإنفصال) والتركيز على عرضه كتعبيرٍ رمزي مجرَّد.

بيَّنت إجابات جميع طلبة العينة على الإختبار المفاهيمي بشكلٍ عام، عدم التمييز في فهمهم لمعنى إمكانية إيجاد النهاية عند نقطة والتي ترتبط بمدى توفر معلوماتٍ كافية في السؤال لتحديد إمكانية إيجاد النهاية من عدمها، ووجود النهاية عند تلك النقطة والتي تعتمد على تساوي النهاية على يمين النقطة ويسارها.

كذلك من الملاحظات الهامة، ما ظهر في إجابات (١١%) من الطلبة على الفقرة الخامسة من الإختبار المفاهيمي التي بيَّنت ضعفاً في استقراء البيانات المعروضة من خلال الجدول، واتضح ذلك عندما اعتبر هؤلاء الطلبة أنَّ النهاية على يسار النقطة س=٢ تكون عند النقطة س= -٢، فتكون قيمة النهاية تساوي ٩ وهي ق(-٢)، أما على يمين النقطة س=٢ فهي تساوي ١، وهي ق(٢) حسب الجدول في الشكل (٤) أدناه، وبالتالي النهاية غير موجوده حيث يخلط الطلبة في فهمهم للتعابير الرمزية ٢$^+$، ٢$^-$ التي تُستخدم للتعبير عن يمين النقطة س=٢ ويسارها والتعابير +٢،-٢ التي تدل على الأعداد الموجبة والسالبة وبُعدها عن الصفر على خط الأعداد، ويوضح الشكل (٤) نموذجاً من إجابات الطلبة.



5) The following table shows some x-values and the corresponding function values of a function F.

x	-2	-1.4	-1	-0.8	-0.4	0	0.8	1	1.4	2	2.8
F(x)	9	1.9044	0.25	0.0144	0.2704	1.1	2.1904	2.25	2.0164	1	0.0144

Answer the question:

- Is it possible to find the value of $lim_{x\to 2} F(x)$ from the given information? If it is possible, what is the value of $lim_{x\to 2} F(x)$? why?

No

-If it is not possible,why?

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 9$ $\lim_{x\to 2^+} = 1$ Not exist.

الشكل (٤)

نموذج من إجابات الطلبة على الفقرة الخامسة من الإختبار المفاهيمي.

وبالعودة إلى النتائج التي ظهرت في سؤالي الدراسة الأول والثاني واللذين بحثا في تصورات الطلبة لمفهوم النهاية وكذلك الربط بين النهاية والإتصال عند نقطةٍ ما، فقد تبيَّن الفهم المغلوط لدى الطلبة حول مفهوم النهاية ونهاية الإقتران عند نقطة وكذلك في الربط بين الإتصال والنهاية عند نقطةٍ

ما. ويبين الجدول (٩) تصنيف الأخطاء المفاهيميه في التصورات حول النهاية والربط بين النهاية والإتصال وكون الإقتران معرفاً عند نقطة.

الجدول (٩)

تصنيف الأخطاء المفاهيميه في التصورات حول النهاية والربط بين النهاية والإتصال وكون الإقتران معرّفاً عند نقطة.

تصنيف الأخطاء	الأخطاء المفاهيمية	النسب
-أخطاء مفاهيمية في تصور مفهوم النهاية في الرياضيات، ونهاية إقتران عند نقطة معطاة.	*النهاية في الرياضيات:	
	– هي حد لا يمكن اجتيازه.	(٥٤%)
	-هي تقريب دقيق.	(٥٥%)
	-هي عملية وليست قيمة.	(٤٠%)
	*نهاية إقتران عند نقطة:	
	-هي العدد الذي نحصل عليه بإيجاد قيمة الإقتران عند تلك النقطة.	(٣٧%)
	-النهاية لا تصف حركة قيمة الإقتران على محور الصادات مقترنة بالحركة على محور السينات بإتجاه نقطة معينة.	(٦٥%)
	-عدد تقترب منه قيمة الإقتران ولا تصله أبداً.	(٣٧%)
	-هي الإتصال عند تلك النقطة.	(٢٧%)
	-هي تعويض نقاط في الاقتران بحيث تكون أقل من نقطة النهاية وأكبر منها وعند النقطة نفسها.	(٢٨%)
	-نهاية الاقتران عند نقطة مثل (أ)، هي التعبير الرمزي " نهـا ق(س)= ل عندما (س←أ)، حيث (ل) هي قيمة النهاية".	(٣٢%)
	-هي أن يكون الاقتران معرفاً عند تلك النقطة.	(٢٣%)
	-هي صورة تلك النقطة في الاقتران.	(٣٢%)
	-هي تساوي النهاية على يمين ويسار تلك النقطة.	(٤٦%)
-أخطاء مفاهيمية في الربط بين الإتصال والنهاية وكون الإقتران معرّفاً عند نقطةٍ ما.	-إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة، فالإقتران متصل عند تلك النقطة.	(٤٢%)
	-لأي إقتران ق(س) غير معرّف عند نقطة، فالنهاية غير موجودة عند تلك النقطة.	(٣٩%)
	-إذا كان الإقتران متصلاً عند نقطة، ليس بالضرورة أن تكون النهاية عند تلك النقطة هي صورتها في الاقتران.	(٣٧%)
	-لإيجاد نهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة، فإنه من الضروري أن نختبر إذا كان الإقتران معرفاً عند تلك النقطة أم لا.	(٥٠%)
	-قيمة النهاية عند نقطةٍ ما، هي قيمة الإقتران عند تلك النقطة، بغض النظر عن إتصال الإقتران.	(٤٦%)
	-يمكن أن يكون الإقتران متصل عند نقطة تقع خارج مجاله.	(٨%)
	-إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة، فالإقتران معرّف عند تلك النقطة.	(٤٣%)

* **مناقشة الأخطاء المفاهيمية في تصور مفهوم النهاية في الرياضيات، ونهاية إقتران عند نقطة معطاة.**

نلاحظ من الجدول (٩) السابق تصور الطلبة لمفهوم النهاية في مقرر التفاضل والتكامل الذي يُبيِّن بشكلٍ واضح الخلط الحاصل في أذهان الطلبة بين معنى مصطلح "نهاية" في الحياة اليومية ومعناه في الرياضيات وعدم مقدرة الطلبة على الفصل بين معرفتهم السابقة للمفهوم والمعرفة الجديدة وهذا بسبب التعرض القبلي للمفهوم الذي كان له الأثر الواضح في فهم الطلبة وتصورِهم لمفهوم النهاية معتقدين بأنَّه الحد الذي لا يمكن إجتيازه ونهاية الشيء، وهذا هو معنى مصطلح النهاية في الحياة العملية الذي يختلف عنه في الرياضيات. ويبدو أنَّ نسبة كبيرة من الطلبة ما زالوا لا يُميزون بين المعنى العملي للمفهوم والمعنى العلمي له. وقد يُعزى ذلك إلى عدم وضوح المفهوم أثناء الطرح في الكتاب المُعتمَد تدريسه، أو بسبب طريقة عرضه من قِبل المدرِّسين. وقد كشف السؤال السادس من أسئلة المقابلة – الذي ينص على :" مفهوم النهاية في مقرر التفاضل والتكامل لا يختلف عن مفهومها في الحياة العملية فهي حد/ حدود لا يمكن إجتيازها؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب"– عن تصور الطلبة الدقيق فيما اذا كانت النهاية تمثل حداً لا يمكن تجاوزه، وفيما يلي عرضاً لبعض من ردود الطلبة:

الطالب ٧:" نعم، للنهاية مفهوم واحد في كل المجالات".

الطالب ٩:" نعم، لأنَّ النهاية شيء منتهي في التفاضل والتكامل وفي الحياة العملية".

الطالب ١١:" نعم لأنها تعتمد على بعضها البعض فالنهاية في الحياة العملية تعتمد على النهاية في التفاضل والتكامل والعكس صحيح".

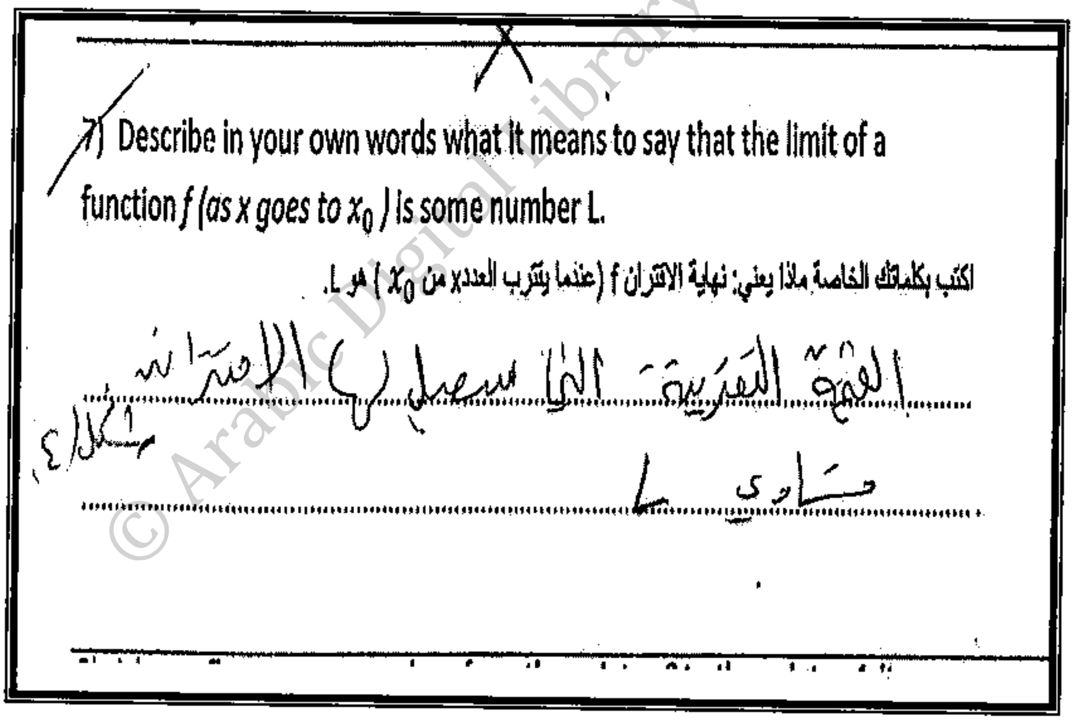
وتؤكد إجابات الطلبة فكرتهم عن النهاية التي لم تخرج عن كونها نهاية شيء ما أو حد لشيءٍ ما.

وفيما يتعلق بإمكانية وصول الإقتران إلى نهايته، فتشير النتائج أنّ ما نسبته (٣٧%) من الطلبة يعتقدون بعدم وصول الإقتران إلى نهايته سواءً أكان الإقتران متصلاً أم منفصلاً، ويعود هذا التصور في سببه للغة التي يُعرض بها مفهوم النهاية وما يرتبط بها من المدلولات المادية التي ينطوي عليها هذا المصطلح، على سبيل المثال، استخدام مصطلحات مثل: يقترب من، يؤول إلى، كُلُّها مصطلحاتٍ اتُخذت لِتُعبّر عن اقتراب الإقتران من نهايته فقط، وتحمل دلالة " لا يتم الوصول" ولا تُشير لغوياً إلى إمكانية وصول الإقتران إلى نهايته والتي تحدث في حالة الإقتران المتصل، وهذا ما يتطلب من المدرّس/ المحاضر توضيحه للطلبة ليتلاشى الغموض لديهم.

وكذلك وبسبب عامل اللغه ومصطلحات (يؤول إلى) و (يقترب من)، أجاب بعض الطلبة أنّ النهاية هي تقريب نقوم به بالدقة التي نريد، ويرى دوبنسكي وماكموناالد Dubinsky and Mc) Monald's) المشار إليه في دانيال وجعفر (Dindyal & Jaffar, 2011, p. 277) "بأنّ الطلبة القادرين على إيجاد قيمة النهاية بنجاح هم من استطاعوا الإنتقال من مرحلة المعنى الإجرائي لِمفهوم النهاية وتطبيق العمليات إلى مرحلة إدراك المعنى المادي للنهاية (أي قيمة النهاية)، وهذا الإنتقال الناجح يتطلب إظفاء الطابع المادي وذلك بالتعامل مع النهاية كقيمة، وبالتالي فالطلبة القادرين على الإنتقال خطوة واحدة إضافية لمرحلة المادة كانوا ناجحين في حساب قيمة النهاية. أمّا الطلبة الذين يعتقدون أنّ النهاية هي تقريب فهم يعتبرون أنّ مرحلة العملية والمادة هي نفسها".

وقد أشار الطلبة في إجابتهم بأنّ النهاية هي قيمة تقريبية كما هو موضّح في الجدول (٩)، ولكن في حقيقة الأمر أنّ قيمة النهاية ثابتة ومحددة عند نقطةٍ ما، فلو أخذنا الإقتران ق(س)، فإننا نستطيع التعبير عن نهايته عند النقطة (س.) بالرمز: نهـا ق(س)= ل، عندما س← س.، حيث أنّ "ل" هي قيمة النهاية للإقتران ق عند النقطة (س.) وهذه القيمة ثابته ولا تحتاج للقيام بالتقريب

لحسابها. لكن بملاحظة حركة قيم الإقتران على محور الصادات عند الإقتراب من القيمة (ل) على يمينها ويسارها المقابلة لقيم (س) والمتحركة كذلك على يمين (س.) ويسارها، نجد الطلبة لا يلاحظون هذا الإقتراب وهو اقتراب قيم ق(س) كثيراً من (ل)، عندما تتزايد قيم (س) وهذا ما يُبيّن أنَّ العملية التي أُجريت لحساب القيمة الثابتة (ل) هي عملية تقريب للإقتران، لذا غالباً ما يُعبَّر عن النهاية بالرمز: (ق(س)← ل عندما س← س.، وتُقرأ ق(س) يقترب من ل عندما تقترب قيم س من س.)، أي أننا حصلنا على قيمة ثابتة للإقتران عند س. وهي ل بإجراء تقريب للإقتران عند النقطة، ما يُبيّن أن النهاية تجد قيم تقريبية للإقتران، ويوضح الشكل (٥) نموذجاً من إجابات الطلبة على الفقرة السابعة بنفس هذه الفكرة وهي أنَّ النهاية قيمة تقريبية للإقتران.


7) Describe in your own words what it means to say that the limit of a function *f* (*as x goes to* x_0) is some number L.

اكتب بكلماتك الخاصة ماذا يعني: نهاية الاقتران f (عندما يقترب العدد x من x_0) هو L.

القيمة التقريبية التي سيصل لها الاقتران تساوي L

الشكل (٥)

نموذج من إجابات الطلبة على الفقرة السابعة.

فيما يتصور بعض الطلبة مفهوم النهاية بالعملية التي تُطبّق على الإقتران، فهي سلسلة من الإجراءات على الإقتران للحصول على قيمةٍ ما، ولا يُدركون أنَّ النهاية هي القيمة الناتجة من إجراء

تلك العملية، ومن المرجَّح أنَّ التصور الذهني عند الطلبة لنهاية الإقتران يُركِّز على نقطة الحركة أكثر من التركيز على نقطة النهاية، لذا يتخيل الطلبة مفهوم النهاية بدايةً كعملية وبعدها كشيء مادي. وقد سمَّت (Anna Sfard, 1991, p.1) ذلك "بالطبيعة المزدوجة للمفاهيم الرياضية المجردة مثل: الإقتران والنهاية، وهما الطبيعة المادية والطبيعة العملية (أي كعملية). وما يحدث عند أغلب المتعلمين أنَّ المفهوم العملي هو الخطوة الأُولى في اكتساب مفاهيم رياضيةٍ جديدة، فعملية الإنتقال من العمليات الحسابية إلى المفهوم المادي هو عملية طويلة وصعبة بطبيعتها، وهذا يُمكن أن يُفسِّر لماذا أغلب الطلبة يرون النهاية على أنها عملية وليست شيء مادي، حيث لا يوجد وقت كافٍ لعمل هذا الإنتقال".

وتؤكد ذلك إجابات الطلبة على سؤال المقابلة السابع الذي نص على:" النهاية هي العملية التي نقوم بها لإيجاد قيمة الإقتران عند نقطةٍ معينة؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب"، وكانت إجابات الطلبة تؤكد تصوراتهم بأنَّ النهاية هي العملية التي يتم إجراءها لإيجاد القيمة، وقد تنوعت هذه الإجابات واتخذت تعابير مختلفة فكان منها:

الطالب١:" نعم، هي طريقة لمعرفة إذا كان الإقتران متصلاً أو منفصلاً".

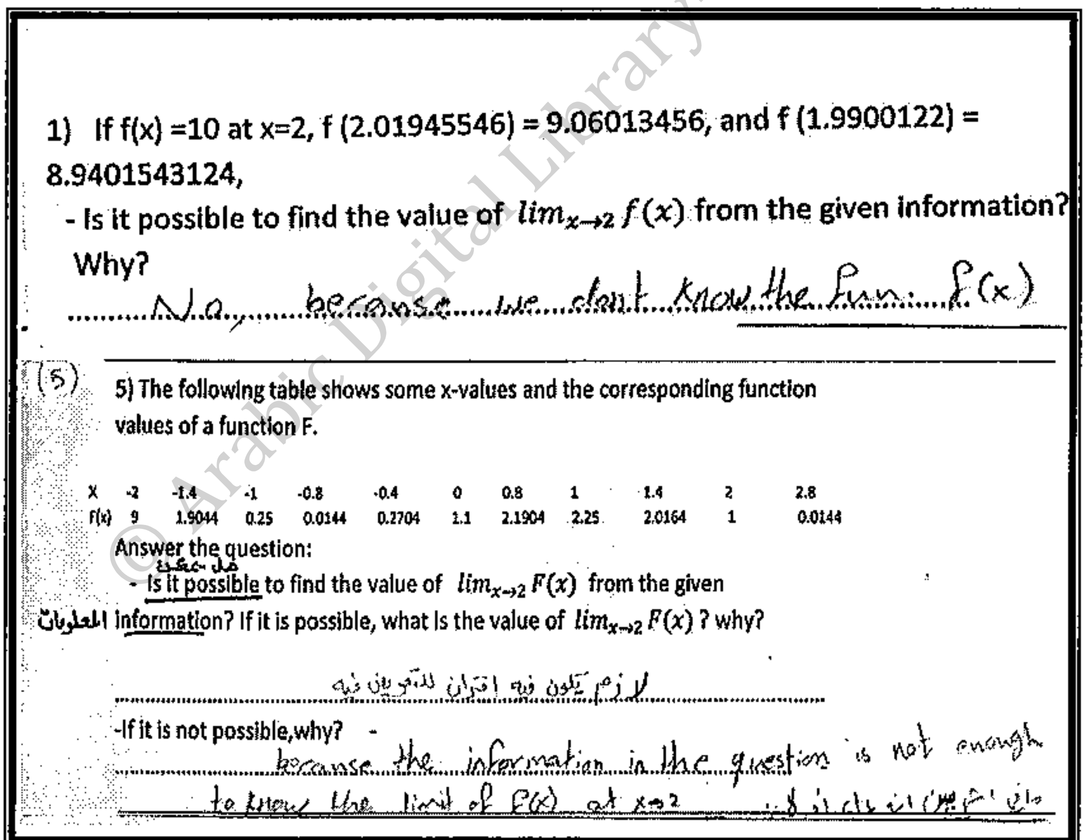
الطالب ٢:" ليس إيجاد قيمة، وإنما السلوك الذي يتَّبعه الإقتران".

الطالب٧:" لا، لأنَّ النهاية غير متخصصة بالقيمة".

الطالب ٨:" نعم، لأننا في هذه الحالة نقوم بحساب صورة هذا العدد وما حوله وبالتالي نقوم بعملياتٍ معينة".

وفيما يتعلق بتصورات الطلبة حول مفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ ما، فقد كشفت نتائج السؤال التاسع من الفقرة السادسة وكذلك الفقرة السابعة من الإختبار المفاهيمي وكذلك سؤال المقابلة الثاني

إجماع ما نسبته (٣٥%) من الطلبة بإعتبار إيجاد نهاية إقتران عند نقطةٍ ما بأنَّها تعويض النقطة في الإقتران، وقد عبَّر الطلبة عن فكرتهم بإتخاذهم تعابير لفظية عديدة، فكانت: العدد الذي نحصل عليه بإيجاد قيمة الإقتران عند تلك النقطة التي اتخذت النسبة (٣٧%)، وصورة تلك النقطة في الإقتران واتخذت النسبة (٣٢%) كما في الجدول (٩). وهذا ما دعى ما نسبته (١٣%) من الطلبة للإدِّعاء بأنَّ الفقرات الأُولى والخامسة من الإختبار المفاهيمي ذات معطياتٍ ناقصة لِعدم عرض الإقتران بصورته الرمزية ليتمكنوا من إيجاد نهاية هذا الإقتران عند النقطة المطلوبة بواسطة تعويض تلك النقطة في الإقتران لإيجاد قيمة النهاية عندها، ويبين الشكل (٦) نماذج من إجابات الطلبة على فقرتي الإختبار الأُولى والخامسة.



1) If f(x) =10 at x=2, f (2.01945546) = 9.06013456, and f (1.9900122) = 8.9401543124,

- Is it possible to find the value of $lim_{x\to 2} f(x)$ from the given information? Why?

No, because we don't know the fun: f(x)

(5)

5) The following table shows some x-values and the corresponding function values of a function F.

X	-2	-1.4	-1	-0.8	-0.4	0	0.8	1	1.4	2	2.8
F(x)	9	1.9044	0.25	0.0144	0.2704	1.1	2.1904	2.25	2.0164	1	0.0144

Answer the question:

- Is it possible (هل يمكن) to find the value of $lim_{x\to 2} F(x)$ from the given information (المعلومات)? If it is possible, what is the value of $lim_{x\to 2} F(x)$? why?

لازم يكون فيه اقتران للتعويض فيه

-If it is not possible,why? -

because the information in the question is not enough to know the limit of F(x) at x=2 [illegible]

الشكل (٦)

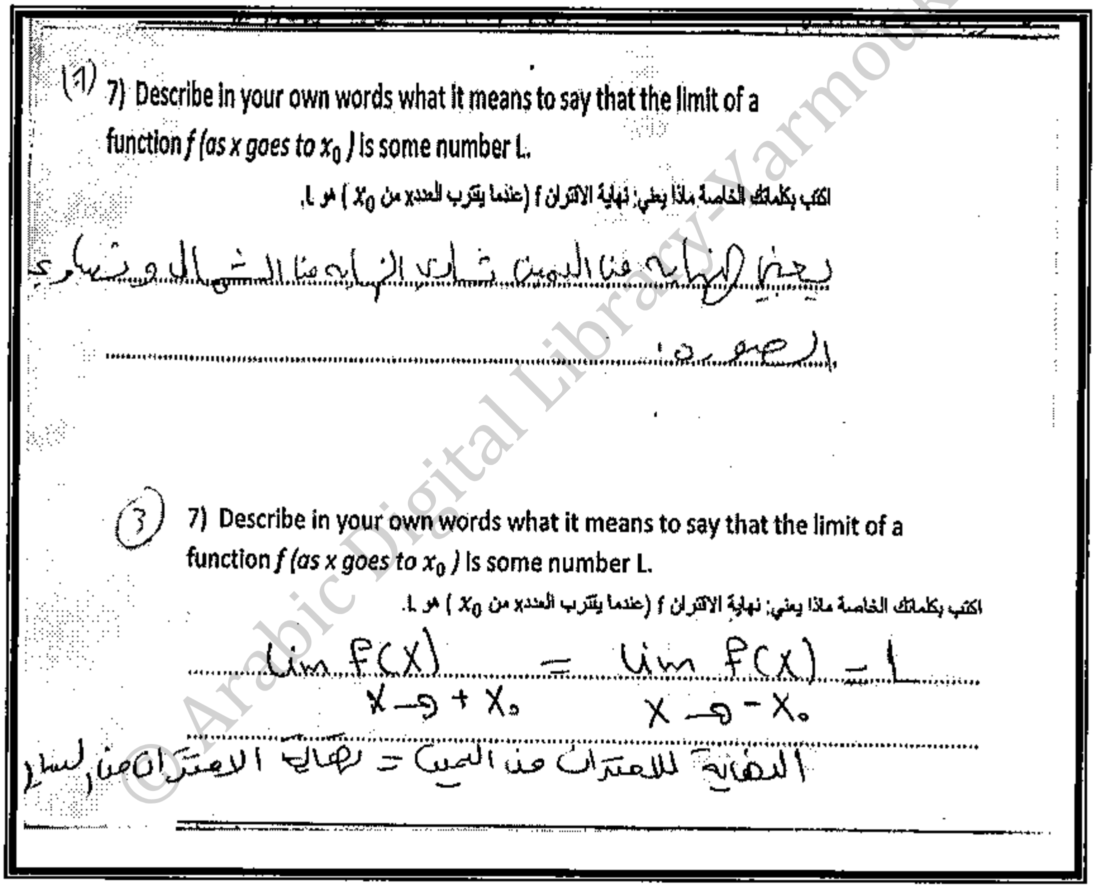
نماذج من إجابات الطلبة على فقرتي الإختبار الأُولى والخامسة.

وقد جاء في بيزويدهوت (Bezuidenhout, 2001, p. 495) "أنَّ مثل هذه الأخطاء المفاهيمية يمكن أن تعود بشكلٍ رئيس لإستخدام طريقة التعويض الجبري لإيجاد قيمة النهاية". وكما نعلم أنَّ هذا هو الأسلوب المتَّبع في كُتب حساب التفاضل والتكامل، حيث أنه عندما يُدرِّس هذا المقرر للطلبة يقومون بإستخدام هذه الطريقة عند حساب النهاية، وكذلك لا يمكن إنكار دور المدرِّس/ المحاضر الذي يقوم بإستخدام النهج التقليدي/ استراتيجيات التدريس التقليدية لعرض هذا المفهوم.

وهذه النتيجة متوافقة كذلك مع نتيجة البحث الذي أجراه ثابين (Thabane, 1998) لدراسة فهم طلبة السنة الأُولى للنهايات، فوجد أنَّ الطلبة يمتلكون في أذهانهم تصوراتٍ أنَّ النهاية هي تعويض نقطة في إقتران، وكذلك وجد أنَّ الطلبة يفكرون فقط بالجوانب الإجرائية ولا يُركزون على مفهوم النهاية إلاَّ من ناحية إيجاد الحل. وبيَّنت نتائج المقابلة مع الطلبة عند طرح سؤال المقابلة الثاني " ماذا تعني النهاية في الرياضيات؟"، أنَّ إجابات الطلبة تمثَّلت بالعبارة التالية:" النهاية هي إيجاد قيمة النقطة عند تعويضها في الإقتران"، كذلك عندما تمَّ سؤال الطلبة عن مفهوم النهاية بشكلٍ عام ربط الطلبة هذا المفهوم بوجود إقتران ووجود نقطة ولم ينظروا له على إطلاق المعنى، فالطلبة دائماً ما يربطون مفهوم النهاية بوجود نقطة وإقتران وذلك بسبب الميل الذهني لديهم لعملية التعويض. فيما أكَّدت النتائج ما توصل إليه لاريدون (Laridon, 1992, p.398) وهي حقيقة أنَّ "الطلبة يعتقدون أنَّ النهايات ببساطة تتبّع أسلوب تعويض قيمة لإيجاد النهاية للتعبير الرمزي المُعطى".

وقد أجاب كثير من الطلبة على فقرة الدراسة السابعة – والتي بحثت في تصور الطلبة لمفهوم نهاية إقتران عند نقطة– بأنها وجود النهاية عند تلك النقطة، أي تساوي النهاية على يمين النقطة ويسارها، وهذا التصور هو الفكرة العامة التي خَلَصَ بها الطلبة عن النهاية، فحسب إجابات الطلبة على هذا الإختبار المفاهيمي بشكلٍ عام لاحظت الباحثة أنه عند سؤالهم عن إمكانية إيجاد النهاية في

الفقرة الأُولى والفقرة الخامسة، فسَّر ما نسبته (١١%) من الطلبة في أذهانهم بأن السؤال هو " هل النهاية موجودة أم لا؟"، وأخذوا يبحثون في إيجاد النهاية من اليمين والنهاية من اليسار، وكذلك عند السؤال عن تصورهم للمفهوم في الفقرة السابعة اقتصر أغلب الطلبة في إجاباتهم وبنسبة (٤٦%) بأن مفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ ما، هو وجود النهاية عند تلك النقطة (أي تَساوي النهاية على يمين النقطة ويسارها)، ويُبين الشكل(٧) نماذج من إجابات الطلبة.



الشكل (٧)

نماذج من إجابات الطلبة على الفقرة السابعة من الإختبار تبين صور الطلبة لمفهوم النهاية بأنه وجود النهاية عند نقطة.

وكذلك في سؤال المقابلة " ماذا تعني النهاية في الرياضيات؟"، كانت الإجابات أنَّها البحث عن إمكانية وجودها عند نقطة بواسطة اختبار صور النقاط على يمين النقطة ويسارها، وفيما يلي بعض الأمثلة من إجابات الطلبة:

الطالب ٥:" النهاية هي إيجاد نهاية إقتران عند عدد معين ومعرفة إتصاله من عدمه".

الطالب ٩:" النهاية هي أن نجدها من اليمين واليسار".

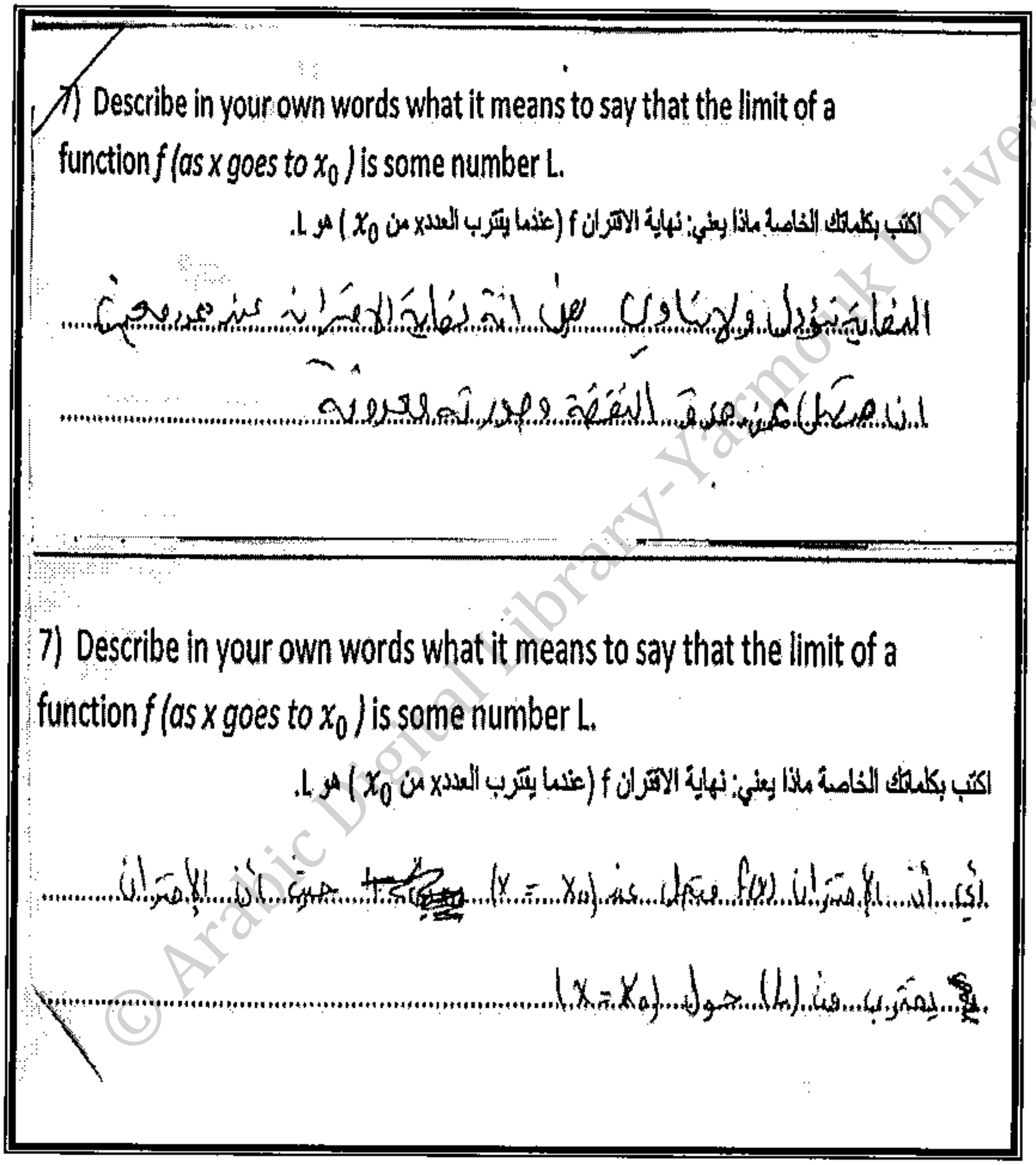
الطالب ١٠:" النهاية هي القيمة التي يقترب إليها الإقتران من خلال نقطتين على جهتيه".

من المرجح أن يعود هذا في سببه إلى أسلوب الطرح المتَّبع في كتب التفاضل والتكامل والذي يركِّز في بحث وجود نهاية إقتران عند نقطة عن طريق اختبار صور القيم على يمينها ويسارها مما دعى الطلبة يُلخِّصون فكرة النهاية في أذهانهم بإقتصارها على وجود نهاية إقتران عند نقطة أم لا، وبالتالي الخلط بين المفهوم نفسه والإجراء الذي يتم عليه.

- **مناقشة الأخطاء المفاهيمية في الربط بين الإتصال والنهاية وكون الإقتران معرَّفاً عند نقطةٍ ما.**

بالرجوع إلى تصنيف الأخطاء المفاهيمية التي يُبينها الجدول (٩) السابق، نلاحظ وقوع الطلبة في أخطاء ناتجة عن عدم إدراكهم للعلاقة بين مفهومي النهاية والإتصال، وكان من أكثر تلك الأخطاء شيوعاً بين الطلبة هو " إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة فالإقتران متصلاً عند تلك النقطة"، وفي حقيقة الأمر أن هذا الفهم المغلوط ظهر في إجابات الطلبة على غالبية فقرات الإختبار المفاهيمي، نذكر منها: في الفقرة السابعة كان المطلوب من الطلبة التوضيح بلغتهم الخاصة " ماذا تعني نهاية الإقتران عند نقطة"، وذلك من أجل التوصل لتصورهم عن نهاية إقتران عند نقطة فكان من

المفاجئ أنَّ إجابات ما نسبته (٢٧%) من الطلبة أنَّ وجود النهاية يُؤدي إلى الإتصال، كما توضح ذلك النماذج في الشكل(٨).



7) Describe in your own words what it means to say that the limit of a function *f (as x goes to x_0)* is some number L.

اكتب بكلماتك الخاصة ماذا يعني: نهاية الاقتران f (عندما يقترب العددx من x_0) هو L.

النهاية تؤدي للإتصال بمعنى أنه نهاية الاقتران عند عدد معين

أن يتصل عند تلك النقطة وهو تعريف الاتصال

7) Describe in your own words what it means to say that the limit of a function *f (as x goes to x_0)* is some number L.

اكتب بكلماتك الخاصة ماذا يعني: نهاية الاقتران f (عندما يقترب العددx من x_0) هو L.

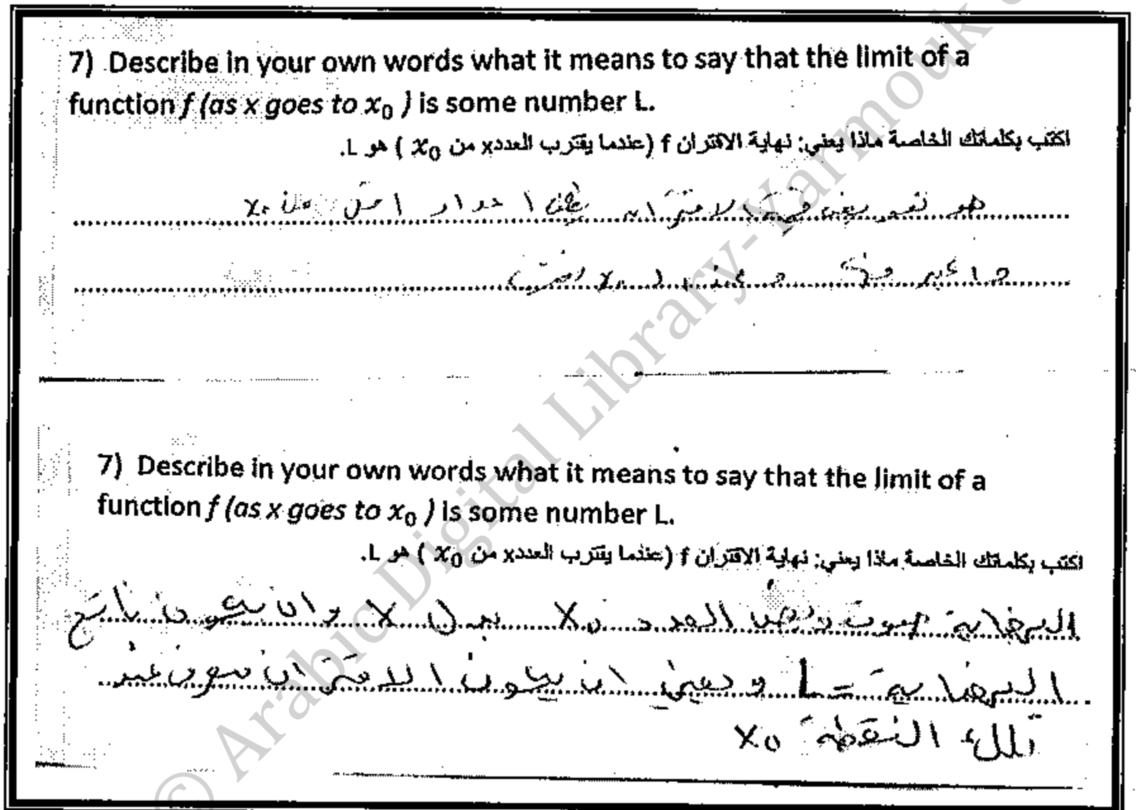
أي أن الاقتران f(x) متصل عند (x = x0) حيث أن الاقتران

يقترب من (L) حول (x = x0)

الشكل (٨)

نماذج من إجابات الطلبة على الفقرة السابعة يبين تصور الطلبة بأن النهاية هي الاتصال.

كذلك وعلى نفس هذه الفقرة أوضح الطلبة مفهوم النهاية عند نقطة بأنّها تعويض نقاط في الاقتران بحيث تكون أقل من نقطة النهاية وأكبر منها وعند النقطة نفسها وهذا يعني اختبار اتصال الإقتران عند نقطة، وكذلك نهاية إقتران عند نقطة هي صورة تلك النقطة في الإقتران، ويوضح الشكل (٩) نماذج من إجابات الطلبة.



7) Describe in your own words what it means to say that the limit of a function *f (as x goes to x_0)* is some number L.

اكتب بكلماتك الخاصة ماذا يعني: نهاية الاقتران f (عندما يقترب العددx من x_0) هو L.

7) Describe in your own words what it means to say that the limit of a function *f (as x goes to x_0)* is some number L.

اكتب بكلماتك الخاصة ماذا يعني: نهاية الاقتران f (عندما يقترب العددx من x_0) هو L.

تلك النقطة x_0

الشكل (٩)

نموذج من إجابات الطلبة على الفقرة السابعة تبين تصور الطلبة لمفهوم النهاية بأنها تعويض نقاط في الإقتران.

وفي سؤال المقابلة الثاني:" ماذا تعني النهاية في الرياضيات؟"، كانت إجاباتهم كالتالي:

الطالب ١:" النهاية هي أن نجد إذا كان الإقتران متصلاً أم لا".

الطالب ٥:" إيجاد نهاية إقتران عند عدد معين ومعرفة إتصاله من عدمه".

وظهر هذا الإعتقاد واضحاً في إجابات الطلبة على سؤال المقابلة الرابع الذي نصّ على:" إذا كانت نهاية الإقتران موجودة فهذا يعني أن الإقتران متصلاً؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب". وكانت إجابات الطلبة تُشير لسيطرة هذا الفهم الخطأ على أذهانهم وإتضح الدفاع عن هذه الفكرة من إجاباتهم والتي كان منها:

الطالب ١:" نعم، إذا كانت النهاية على اليمين تساوي النهاية على اليسار إذن النهاية موجودة إذن الإقتران متصل".

الطالب ٤:" نعم، لأن شرط وجود النهاية أن يكون الإقتران متصل".

الطالب ٥:" نعم، لأننا نبحث في صورة الإقتران لمعرفة النهاية".

الطالب ٦:" نعم، لأن النهاية يُشترط فيها تساوي القيمة على يسار ويمين العدد وكذلك تساويها مع صورته".

الطالب ١٢:" نعم، لأنه يمكن إيجاد النهاية فقط للإقترانات المتصلة".

وهذا قد يعود لعدم فهم الطلبة لشروط إتصال الإقتران وكذلك مفهوم الإتصال والذي يقتضي وجود نهاية للإقتران عند نقطة وتَساويها مع صورة تلك النقطة في الإقتران ليكون الإقتران مرسوماً في قطعةٍ واحدة دون إنقطاع عند أي نقطة داخل المجال المعرَّف عليه الإقتران.

وكذلك تبيَّن عدم فهم الطلبة العلاقة بين مفهومي النهاية والإتصال من خلال التبريرات التي قدَّمها الطلبة على سؤال المقابلة الخامس:" إذا كان الإقتران متصلاً عند النقطة (س.) فهذا يعني أنَّ النهاية موجودة عند (س.) ؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب"، وكانت إجابات (١٠) من طلبة عينة المقابلة المكونة من (١٢) طالباً وطالبة "نعم" مع تبريراتٍ خاطئة تُعبِّر عن رؤية الطلبة تَحقُّق الإتصال بوجود النهاية فقط، وفيما يلي أمثلة من هذه التبريرات:

الطالب ١:" نعم، إذا كانت متساوية عن اليمين واليسار إذن النهاية موجودة إذن الإقتران متصل وإذا كانت القيمة على اليسار لا تساويها على اليمين فالنهاية غير موجودة".

الطالب ٢:" نعم، لأن الإتصال لا يتحقق إلاّ إذا كانت النهاية موجودة".

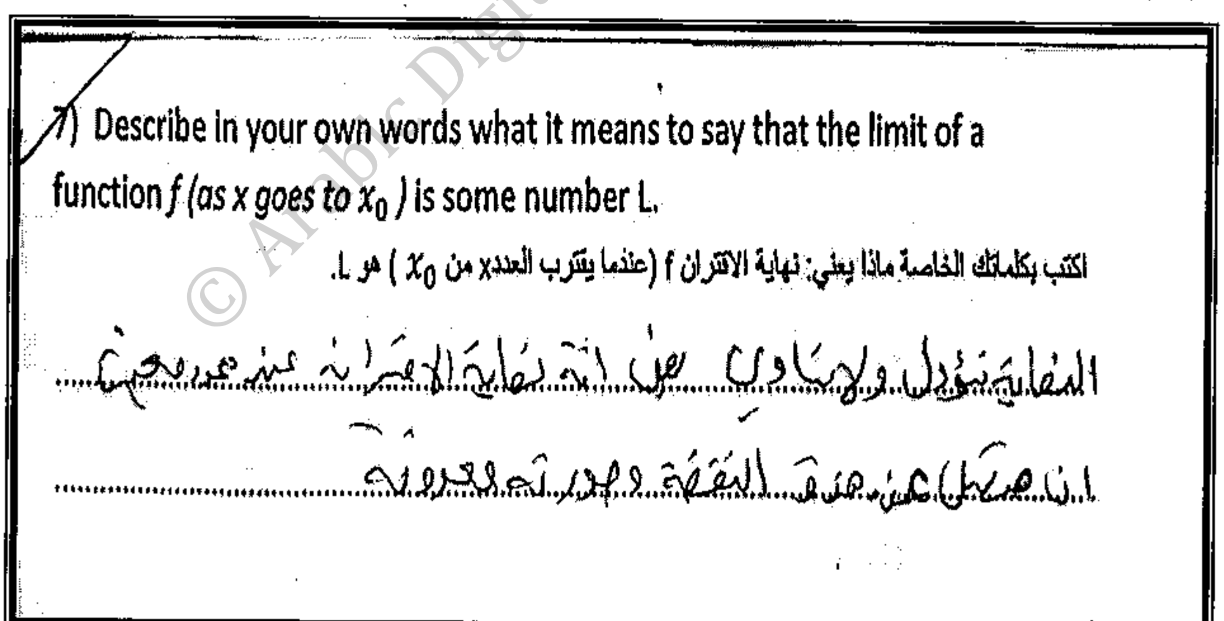
الطالب ٧:" نعم، لأنه على يمين س٠ وعلى يسارها سيكون نفس القيمة".

الطالب ٨:" نعم، لأنه حتى تكون النهاية موجودة لابد أن تكون صورة س٠ من اليمين مساوية لها من اليسار".

الطالب ١٠:" نعم، لأنه شرط الإتصال أن تكون النهاية موجودة".

وهذا يتفق مع ما توصلت إليه جوردان (Jordaan, 2005) في دراستها.

وما يمكن ملاحظته أنَّ ما نسبته (٣٥%) من الطلبة قد وقعوا في خطأ مفاهيمي وسوء فهم متعلّق بالإعتقاد أنَّ النهاية وقيمة الإقتران هي نفسها (أي أنّها تعبّر عن نفس المفهوم)، كما بيّنه الشكل (١٠).



الشكل ١٠

نموذج من إجابات الطلبة على الفقرة السابعة من الإختبار المفاهيمي تبين أن النهاية هي قيمة الإقتران عند نقطة.

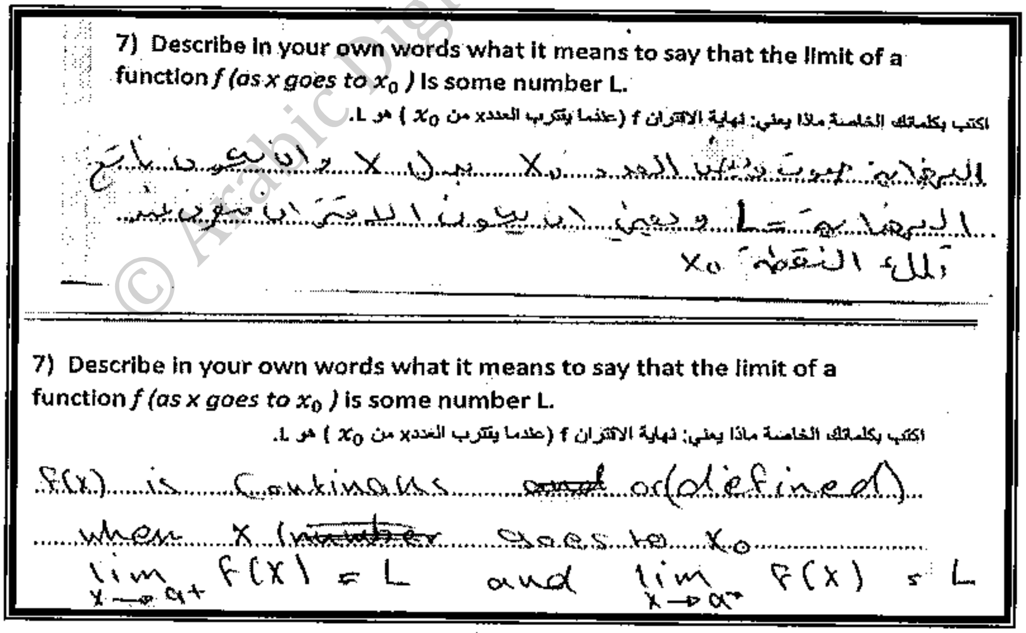
وتوصل كلٍ من كوترل (Cor ill et al., 1996)، وبيزويدهوت (Bezuidenhout, 2001)، وجوردان (Jordaan, 2005), لنفس النتيجة في دراساتهم السابقة حول هذه الفكرة المتمثلة بإعتبار إيجاد النهاية عند نقطة هي تعويض النقطة في الإقتران مُغفلين بذلك كون الإقتران متصلاً أم لا. وهذا ما تؤكده إجابات الطلبة على سؤال المقابلة الثالث:" نهاية الإقتران عند العدد س٠ هي صورة س. في الإقتران".

وقد أجمع الطلبة على صحة هذه العبارة الخاطئة بذكرهم الأسباب الآتية:

الطالب ٥:" نعم، لأن النهاية تمثل صورة العدد س. في الإقتران".

الطالب ٨:" نعم، لأننا نقوم من خلال النهاية بإيجاد صورة س.".

كما أفادت النتائج إعتقاد الطلبة بضرورة أن يكون الإقتران معرَّفاً عند النقطة حتى تكون نهايتها موجودة، وكذلك يعتقدون بوجود النهاية عند نقطةٍ ما إذا وفقط إذا كان الإقتران معرَّفاً عند تلك النقطة، ويتضح ذلك في الشكل (١١) الذي يُبين نموذجاً من إجابات الطلبة.



الشكل (١١)

نموذج من إجابات الطلبة على الفقرة السابعه تبين تصور الطلبة للنهاية بأن يكون الإقتران معرفاً عند نقطة.

ونعلم أنه كي يكون الإقتران معرّفاً عند نقطة ما لابد من وجود صورة لتلك النقطة في الإقتران وهذا كذلك يُعزز ما تمّ التوصل إليه من الفهم الخاطئ لدى الطلبة بأنّ النهاية هي صورة النقطة بغض النظر عن الإتصال أو عدمه عند تلك النقطة فالطلبة يرون أنّ قيمة النهاية عند نقطة هي صورة تلك النقطة في الإقتران إذا كان الإقتران متصلاً وإذا كان غير متصل تكون النهاية هي صورة النقطة حيث يكون الإقتران معرّفاً، لذا لا يعتبرون وجود نهاية للإقتران عند نقطة ليس معرّفاً عندها الإقتران أو غير متصل.

وبهذا يُمكن تصنيف الأخطاء والأخطاء المفاهيمية التي توصلت لها الدراسة الحالية ضمن (٦) فئات مختلفة، ويُبين الجدول (١٠) تصنيف الأخطاء والأخطاء المفاهيمية ونسبها حسب كل كلية.

الجدول (١٠) تصنيف الأخطاء والأخطاء المفاهيمية ونسبها حسب الكليات العلمية الثلاث

تصنيف الأخطاء	الأخطاء	نسبة الأخطاء حسب الكليات الثلاث			النسب العامة
		العلوم	تكنولوجيا المعلومات	الحجاوي للهندسة	
-أخطاء مفاهيمية في تصور مفهوم النهاية في الرياضيات، ونهاية إقتران عند نقطة معطاة.	-النهاية حد لا يمكن اجتيازه.	%٥٣	%٦٦	%٤٢	%٥٤
	-النهاية عند نقطة عدد تقترب منه قيمة الإقتران ولا تصله أبداً.	%٣٥	%٣٥	%٤٢	%٤٧
	-النهاية هي تقريب دقيق.	%٥٠	%٦٠	%٥٦	%٥٥
	-النهاية عملية وليست قيمة.	%٣٥	%٤٤	%٤١	%٤٠
	- النهاية عند نقطة هي العدد الذي نحصل عليه بإيجاد قيمة الإقتران عند تلك النقطة.	%٥٢	%١٧	%٤٢	%٣٧
	- النهاية لا تصف حركة قيمة الإقتران على محور الصادات المقترنة بالحركة على محور السينات بإتجاه نقطة معينة.	%٢١	%١٨	%٢٦	%٢٢
	-النهاية عند نقطة هي إتصال الاقتران عند تلك النقطة.	%٢٧	%٣٠	%٢٤	%٢٧
	-النهاية عند نقطة هي تعويض نقاط في الاقتران بحيث تكون أقل من نقطة النهاية وأكبر منها وعند النقطة	%٢٩	%٢٥	%٣٠	%٢٨

تابع الجدول (١٠)

تصنيف الأخطاء المفاهيمية ونسبها حسب الكليات العلمية الثلاث

تصنيف الأخطاء	الأخطاء	نسبة الأخطاء حسب الكليات الثلاث			النسبة العامة
		العلوم	تكنولوجيا المعلومات	الحجاوي للهندسة	
	نفسها.				
	-نهاية الاقتران عند نقطة مثل (أ)، هي التعبير الرمزي " نهـا ق(س)= ب عندما (س← أ)".	%٣٧	%٢٥	%٣٤	%٣٢
	-النهاية هي أن يكون الاقتران معرفاً عند تلك النقطة.	%٢٧	%١٩	%٢٣	%٢٣
	-النهاية عند نقطة هي صورة النقطة في الإقتران.	%٣٦	%٣٢	%٢٨	%٣٢
	-النهاية عند نقطة هي تساوي النهاية على يمين ويسار تلك نقطة.	%٣٦	%٥٦	%٤٦	%٤٦
-أخطاء مفاهيمية في الربط بين الإتصال والنهاية وكون الإقتران معرّفاً عند نقطةٍ ما.	-إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة، فالإقتران متصل عند تلك النقطة.	%٣٨	%٤٩	%٣٨	%٤٢
	-لأي إقتران ق(س) غير معرّف عند نقطة، فالنهاية غير موجودة عند تلك النقطة.	%٣٧	%٤١	%٣٨	%٣٩
	-إذا كان الإقتران متصلاً عند نقطة، ليس بالضرورة أن تكون النهاية عند تلك النقطة هي صورتها في الاقتران.	%٣٢	%٣٨	%٤٠	%٣٧
	-لإيجاد نهاية الإقتران عند نقطةٍ معطاة، فإنه من الضروري أن نختبر إذا كان الإقتران معرفاً عند تلك النقطة أم لا.	%٥٤	%٥٧	%٣٩	%٥٠
	-قيمة النهاية عند نقطةٍ ما، هي قيمة الإقتران عند تلك النقطة، بغض النظر عن إتصال الإقتران.	%٣٧	%٤٧	%٥٣	%٤٦
	-يمكن أن يكون الإقتران متصل عند نقطة تقع خارج مجال الإقتران.	%٩	%٩	%٧	%٨
	-إذا كانت نهاية الإقتران موجودة عند نقطة، فالإقتران معرّف عند تلك النقطة.	%٤١	%٤٨	%٤١	%٤٣

تابع الجدول (١٠)

تصنيف الأخطاء المفاهيمية ونسبها حسب الكليات العلمية الثلاث

تصنيف الأخطاء	الأخطاء	نسبة الأخطاء حسب الكليات الثلاث			النسبة العامة
		العلوم	تكنولوجيا المعلومات	الحجاوي للهندسة	
-أخطاء مفاهيمية في فهم التعريف غير الرسمي لنهاية إقتران عند نقطة معطاة.	-لإيجاد نهاية اقتران عند نقطة معطاة، يكفي وجود صورتين متقاربتين في القيمة لنقطتين قريبتين جداً من تلك النقطة ومجاورتين لها على يمينها ويسارها.	%١٠٠	%١٠٠	%١٠٠	%١٠٠
-أخطاء مفاهيمية في خصائص نهاية إقتران عند نقطةٍ معطاة.	- وجود النهاية عند أطراف الفترات. - وجود النهاية عند أي نقطة بشكلٍ عام. -عدم وحدانية النهاية.	%٤٤ %٣١ %٣٨	%٤٩ %٣١ %٣٨	%٤٧ %٣٣ %٣٩	%٤٧ %٣٢ %٣٨
-أخطاء في أساسيات إتصال الإقتران عند نقطة ما.	-نقاط انفصال اقترانٍ ما، أو فترات الإنفصال تكون على محور الصادات.	%٣٠	%٣١	%٢٦	%٢٩
أخطاء أخرى.	*أخطاء في فهم حقائق الإقتران النسبي. - للاقتران النسبي، اذا كانت نهاية إقتران عند نقطة ما، تساوي (٠/٠) فالنهاية غير موجودة عند تلك النقطة. - مجال الإقتران النسبي هو أصفار المقام. -التعبير الرمزي الخاطىء عن مجال الإقتران النسبي، بإستخدام "رمز الفتره" وليس "رمز المجموعه".	 %٤٠ %١٥ %٢٣	 %٢٦ %٣٠ %٢٧	 %٤٢ %٤٠ %٢٣	 %٣٦ %٢٨ %٢٤

تابع الجدول (١٠)

تصنيف الأخطاء المفاهيمية ونسبها حسب الكليات العلمية الثلاث

تصنيف الأخطاء	الأخطاء	نسبة الأخطاء حسب الكليات الثلاث			النسبة العامة
		العلوم	تكنولوجيا المعلومات	الحجاوي للهندسة	
	*الأخطاء الإجرائية. - يعبر الطلبة عن القيمة (صفر/صفر) بأنها تساوي صفر، أو ١، أو∞	%٥٦	%٦٢	%٣١	%٥٠
	-وكذلك القيمة (٢/صفر) بأنها تساوي صفر.	%٢١	%٢٨	%٤	%١٨
	-عدم المقدرة على نقل المعرفة الجبرية الرمزية الى رسم بياني.	%٩٠	%٩٤	%٩١	%٩٢

الفصل الخامس

الإستنتاجات والتوصيات

الإستنتاجات

نُوقشت فكرة النهاية من قِبل كثيرٍ من الباحثين كأكثر المفاهيم الرياضية أهمية في مقرر التفاضل والتكامل، وكذلك لِكونها أساساً لِكثيرٍ من المفاهيم الرياضية كالإشتقاق والتكامل، والتقارب والتباعد، وكل هذه المفاهيم تُعرَّف من خلال مفهومٍ واحد وهو مفهوم النهاية، وهذه الأهمية جعلت منه مفهوماً صعباً على الطلبة للتعامل معه وفهمه وتصوره بالشكل الصحيح.

وقد توصلت الدراسة الحالية لكثيرٍ من الأخطاء المفاهيمية التي ارتكبها طلبة التخصصات العلمية في جامعة اليرموك المتعلقة بمفهوم النهاية، ولتنوعها صُنِّفت ضمن الفئات التالية:

- الأخطاء المفاهيمية في تصور مفهوم النهاية ونهاية إقتران عند نقطةٍ ما.
- الأخطاء المفاهيمية في الربط بين مفهومي النهاية والإتصال وكون الإقتران معرَّفاً عند نقطةٍ معطاة.
- الأخطاء المفاهيمية في فهم التعريف غير الرسمي لنهاية إقتران عند نقطة.
- الأخطاء المفاهيمية في خصائص مفهوم نهاية إقتران عند نقطةٍ.
- الأخطاء المفاهيمية في أساسيات إتصال إقتران عند نقطة.
- أخطاء أُخرى، تكونت من أخطاء إجرائية وأخطاء فهم حقائق الإقتران النسبي.

ومن خلال التصنيف السابق للأخطاء المفاهيمية التي وقع بها طلبة الكليات العلمية الثلاث في مفهومي النهاية والإتصال، يتضح أنَّ بعض الطلبة لديهم خلفية ضعيفة عن التفاضل

والتكامل كما عكسه أداؤهم على فقرات الإختبار وإجاباتهم على أسئلة المقابلة، فقد ظهر لدى الطلبة بعض الصعوبات في إجابة الأسئلة المفاهيمية بالرغم من قدرتهم على إجابة الأسئلة الإجرائية عن النهاية والإتصال بشكلٍ صحيح، وهذا ما يُثبت أنَّ معرفة الطلبة بمفاهيم النهاية والإتصال هي معرفة سطحية وأنَّ الخلفية المفاهيمية لديهم ضعيفة، مما دعا لوجود فجواتٍ في معرفتهم مفاهيم النهاية والإتصال وأنَّ هذه المفاهيم لم تتشكل تماماً في أذهانهم.

هذه الحالة تستدعي ضرورة التوقف عند محتوى ونوعية النشاطات التي تُقدَّم للطلبة في مقرر التفاضل والتكامل، والتساؤل فيما إذا كانت المقررات تُلبي إحتياجات المُتعلمين، ولماذا لم تُصحح الأخطاء المفاهيمية التي تشكَّلت لديهم في المرحلة الثانوية؟، وبالتالي لماذا لم يُثري هذا التعلُّم معرفتهم المفاهيمية بعد؟.

وقد اتفقت نتائج الدراسة الحالية مع ما توصلت إليه البحوث السابقة، مثل دراسات: تال، ودانيال وجعفر، وجوردان (Tall, 1992), (Dindyal & Jaffar, 2011), (Jordaan, 2005) من أنَّ الأخطاء المفاهيمية هي نتيجة لسوء فهم مواضيع مقرر التفاضل والتكامل الأساسية المتمثلة بمفهومي النهاية والإتصال.

كما يبدو أنَّ لدى الطلبة صعوباتٍ في تحليل المفاهيم وذلك بسبب تعلُّمهم لها بأسلوب عرضٍ واحد وهو استخدام التعابير الرمزية المجردة، واقترح فيلدر وهينريكويز (Felder& Henriques, 1995) أنَّ الطلبة يتعلمون بشكلٍ أفضل عندما تُقدَّم لهم المعلومات في مجموعةٍ متنوعة من التمثيلات والنماذج بدلاً من استخدام نموذجٍ واحد، فمثلاً مفهوم النهاية ينبغي أن يُفسَّر بإستخدام عدة تمثيلات كالرسم البياني للإقتران، والطرق الجبرية (التمثيلات الرمزية)، وجداول من القيم (القيم العددية)،

والأوصاف اللفظيه، فهذا من الممكن أن يُساعد الطلبة على تطوير المفاهيم من أجل إدراك تعريفاتها الرسمية المجرّدة والعلاقات فيما بينها.

بالإضافة إلى ذلك، تُشير النتائج الحالية بأنّ الطلبة يتلقّون مفهوم النهاية بأنّه عملية تُطبّق على الإقتران، لذا غالباً ما ينصب إهتمام الطلبة على إجراء الحسابات فقط. وتتفق هذه النتيجة مع ما ذكره سزليك (Szydlik) المشار إليه في سيتن (Cetin, 2009 , p. 23) " يُمكن للطلبة رؤية مقرر التفاضل والتكامل كمجموعة من الحقائق والإجراءات الواجب حفظها وتطبيقها ويدّعون أنهم لا يفهمون أي قيمة نظرية/ مفاهيمية واقعة وراء تلك الحقائق، وهؤلاء الطلبة لم يكونوا قادرين على إعطاء تعريف متّسق لنهاية الإقتران عند نقطة أو تفسير الصيغ والإجراءات التي يستخدمونها لحل مسائل النهاية ولماذا هي صالحة لهذا الموقف ولا تصلح لغيره". ومن هنا، على المدرّسين التأكيد على الهدف من حساب نهاية إقتران عند نقطةٍ محددة وأنه ليس فقط حساباتٍ رياضية بسيطه"، بل ضروري لتفسير سلوك إقترانٍ معين.

وتؤكد نتائج هذه الدراسة إلى ما توصل إليه باكي وكارتال (Baki & Kartal) المشار إليه في براون (Brown, 2007) من أنّ معظم المدرّسين يستخدمون طرق التدريس التقليدية ويُركزون على مهاراتٍ إجرائية وبالتالي فإن معظم الطلبة يتعلمون القواعد، والمفاهيم، والخوارزمياتِ دون تكوين روابط بينها.

شهدت كثير من الأبحاث وجود صعوباتٍ لدى الطلبة في مفهوم النهاية، فقد اتفقت النتائج التي حصل عليها ويليامز (Williams, 1991)، تال (Tall, 1992) من أنّ مفاهيم النهاية غالباً محيّرة بسبب قضايا تتعلق فيما إذا كان الإقتران يستطيع الوصول إلى نهايته، وفيما إذا كانت النهاية هي حد، وفيما إذا كانت عملية تُجرى على الإقتران مع النتائج التي توصلت إليها الدراسة الحالية،

وكذلك ما ذهب إليه غراهام وفريني- موندي (Graham & Ferrini- Mundy, 1994) بأنَّ الطلبة عادةً لا يُصدّقون بأنَّ النهاية لا يمكن أن تصل ويشعرون بالقلق إزاء عدم التطابق بين حدسهم والإجابات التي تنتج من خلال الإجراءات الرياضية، وتُضيف جوردان (Jordaan, 2005) بأنها تجربة الصراع بين تعاريف دقيقة رسمية، والتعاريف غير الرسمية، وتفسيرات اللغة الطبيعية التي تُستخدم عادةً في النقاش.

التوصيات

أولاً: توصيات لتحسين الأداء المفاهيمي لدى الطلبة:

- عرض المفاهيم الأساسية مثل النهاية والإتصال بتمثيلاتٍ متعددة كالرسوم البيانية، والتمثيلات العددية (أزواج مرتبة أو جداول)، والتمثيلات الرمزية، ودعم ذلك بأمثلة من الحياة اليومية في الغرفة الصفية، واستخدام البرمجيات الحاسوبية لعرض هذه المفاهيم.
- إعطاء الواجبات البيتية الملائمة التي تقود الطلبة للتفكير بالمفاهيم والذي من شأنه تحسين الفهم المفاهيمي لديهم، وتجنب الأسئلة والوظائف البيتية التي تقود الطلبة إلى الحفظ والإعتماد على الإجراءات فقط.
- إختبار ردود الطلبة واستجاباتهم ودراستِها من قِبل المدرِّس ومتابعة أخطائهم التي يقعون بها.
- لفت انتباه الطلبة لتفسير النتائج التي يحصلون عليها عند حل مسألة ما وربطها بالمفهوم أكثر من أخذها بمعناها الإجرائي المجرَّد.

ثانياً: توصيات لمزيد من الأبحاث:

- إجراء دراساتٍ تُركز بشكلٍ خاص على تطوير طرق تدريس تُسهّل استيعاب المفاهيم الرياضية المجردة بشكل أكثر فعالية من قِبل الطلبة، مثل مفهوم النهاية.

- إجراء دراسات مقارنة بين طبيعة أداء طلبة المرحلة الجامعية وطلبة المرحلة الثانوية فيما يتعلق بمفهومي النهاية والإتصال بشكلٍ خاص ومفاهيم التفاضل والتكامل بشكلٍ عام.

- إجراء دراسات تتناول مفهومي المشتقة والتكامل لأنها من المفاهيم الأساسية في التفاضل والتكامل إلى جانب مفهوم النهاية.

المراجع

Akgun, L., Duru, A., Isleyen, T., Soylu, Y., Tatar, E. (2010). Comprehension test in calculus course. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 2(20), 1527-1531.

Aspinwell, L. & Miller, D. (1997). Student's positive reliance on writing as a process to learn first semester calculus, J. *Inst. Psychol*. 24(7), 253-261.

Basturk, S. & Donmez, G. (2012). Pre- service mathematical teacher's knowledge of different teaching methods of the limit and continuity concept. *In Innovation and Creativity in Education, Procediasocial and Behavioral Sciences*, 2 (2), 462 – 465.

Bergqvist, E. (2012).Types of reasoning required in university exams in mathematics. *Jurnal of Mathematical Behavior*, 26(4), 348 - 370.

Bezuidenhout, J. (2001). Limits and continuity: some conceptions of first year students. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 32(4), 487 – 500.

Brown, A. (2007). Learner's conceptions of the limit in calculus background. *Educational Studies in Mathematics*, 55(5), 103 – 123.

Celal, M. & Sinan, A. (2013). Student's understanding of the concept of limit of a function in vocational high school mathematics. *Turkish Online Journal of Science and Technology*, 3(1), 145 – 152.

Cetin, N. (2009). The performance of undergraduate students in the limit concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(3), 323 – 330.

Chapell, K. & Killpatrick, K. (2003). Effects of concept-based instruction on student's conceptual understanding and Procedural knowledge of calculus. *Acta Didactica Napocensia* Primus 13(1), 17-37.

Chifamba, P. & Muzangwa, J. (2012). Analysis of errors and misconceptions in the learning of calculus by undergraduate students. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 2 – 10.

Cornu, B. (1991). Limits in advanced mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 153 – 166.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K. & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167-192.

Darien, L. (1994). Students understanding of basic calculus concepts: interaction with the graphics calculator. *Journal of Mathematical Behavior*, 3(2), 225 – 307.

DeMarois, P. (1996). Beginning algebra student's images of the function concept. *Proceedings of the Twenty-Second Annual Conference of the American Mathematical Association of Two-year Colleges*, November, 14-17, Long Beach, CA.

Dindyal, J. & Jaffar, S. (2011). Language – related misconceptions in the study of limits. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(4), 487 – 500.

Duru, A. (2011). Pre – service teacher's perception about the concept of limit. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 11(3), 1710 – 1715.

Einsporn, R., Quesada, A. & Wiggins, M. (2007). The impact of the graphical approach on student's understanding of the formal definition of limit. *International Journal for Technology in Mathematics Education,* 15(3), 95 – 102.

Elia, I., Gagatsis, A., Panaoura, A., Zachariades, T. & Zoulinaki, F. (2009). Geometric and algebraic approaches in the concept of "limit" and the

impact of the "Didactic contract". *International Journal of Science and Mathematics Education,*7(3), 765 – 790.

Etgen, G., Hille & Salas (1999). *Calculus, one and several variables* (8^{th} ed.). John Wiley & Sons, INC.

Felder, R. & Henriques, E. (1995). Learning and teaching styles in foreign and second language education. *Foreign Language Annals*, 28(1), 21-31.

Ferrini-Mundy, J. & Graham, K. (1994). Research in calculus learning: Understanding of limits, derivatives, and integrals. In Kaput, J. & Dubinsky, E. (Eds.) *Research Issues in Undergraduate Mathematics Learning*, (MAA Notes 33, 31-45). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Guzel, E. (2007). The effect of a constructivist learning environment on the limit concept among mathematics student teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 7(3), 1189 – 1195.

Hofe, V. (1997). *Problems with the limit concept on a case study of a calculus lesson within computer_based learning environment*(Doctoral Disertation). Retrieved in 20/4/2013 from

http:// www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/gdm/papers Pdf 1997/vom Hofe. pdf.

Isik, T. & Isleyen, A. (2003). Conceptual and procedural learning in mathematics. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education*, 7(2), 91 – 99.

Jordaan, T. (2005). Misconceptions of the limit concept in a mathematics course for engineering students. (Master theieses, University of South Africa. 2005). *Master Abstract International*, 49(12), 3658– A.

Juter, K. (2006). Limits of functions: Students solving tasks. *Australian Senior Mathematics Journal*, 20(1), 15-30.

Juter,K. (2011). Student's conceptions of limits: high achievers versus low achievers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4(1), 53 - 65.

Laridon, P. (1992). Teaching calculus in moodley. *Mathematics Education for Inservice and Preservice Teaching*. 6(7), 381-401.

Luneta, K. & Makonye, P. (2012). Learner errors and misconceptions in elementary analysis: A case study of a grade 12 class in South Africa. *Acta Dedactica Napocensia*, 3(3), 35 – 45.

Mahir, N. (2009). Conceptual and procedural performance of undergraduate students in integration. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(2), 201-211.

Masingila, J. & Porter, M. (2001). Examining the effects of writing on conceptual and procedural knowledge in calculus. *The International Journal of Learning*, 3(2), 1028 – 1223.

Makonye, J. (2012). Learner errors on calculus tasks in the NSC examination concepts in introductory differentiation. *The International Journal of Learning*, 18(6), 340 – 357 .

Monaghan, J. (1991). Problems with the language of limit for the learning of mathematics, 11(3), 20-24.

Ozkan, E. & Unal, H. (2009). Misconceptions in calculus-1: Engineering student's misconceptions in the process of finding domain of functions. *Procedia social and behavioral sciences*, Elsevier Publishing, 1- 5.

Roh, K. (2008). Student's images and their understanding of definitions of the limit of a sequence. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 14(1), 190– 220.

Sfard, A. (1992). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflection on the processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(4), 1-36.

Skimp, R. (1987). The psychology of learning mathematics. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 14(4), 29 – 50.

Sofronas, K., Defrancob, T., Vinsonhalerb, C., Gogievskic, N., Schroederd, I., & Hameline, C., (2011).What does it mean for a student to understand the first-year calculus? Perspectives of 24 experts. *Journal of Mathematical Behavior*, 30(8), 131-148.

Stump, D. (2002). The limit concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 10(2), 1-16.

Tall, D. (1992). Constructing different concept images of sequences and limits by programming. *Published in Proceedings of PME 17*, Japan, 2(9), 41-48.

Tarmizi, R. (2010). Visualizing student's difficulties in learning calculus. *International Conference on Mathematics Education Research : Procedia Social and Behavioral Seiences*, Elsevies ltd, 8(2), 377-383.

Thabane, J. (1998). *Student's Understanding of the Limit Concepts in a First-Year Calculus Course*. MSc Dissertation: Wits University.

Thompson, P. (1994). Students, Functions, and undergraduate curriculum. *Research in Collegiate Mathematics Educatio*n, 4(5), 21-44, RI: American Mathematical Society.

Vinner, S. (1991). Concept definition and concepts images and the notation of a function. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 14(3), 293 – 305.

Williams, S. (1991). Models of limit held by college calculuse students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 219-236.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K. & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167-192.

الملحق ١

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

عزيزي الطالب/ عزيزتي الطالبه: بين يديك هذا الإختبار المُعد لغاياتٍ بحثيه في الرياضيات.

يتضمن هذا الإختبار مجموعة من الفقرات وما يتفرع عنها من أسئلة مكتوبة باللغة الانجليزية وبجانبها ترجمة باللغة العربية لبعض المصطلحات الرياضية لتوضيحها.

أرجو قراءة جميع الفقرات بعناية والإجابة عنها بوضوح ودقه وكتابة التبرير في الفراغ المخصص له.

علماً بأنه سيتم التعامل مع جميع البيانات الوارده بسريةٍ تامة ولأغراض البحث العلمي فقط.

أرجو تعبئة البيانات التاليه:

الإسم الثلاثي:..

الرقم الجامعي:..

الكلية التي ينتمي لها الطالب: (بوضع دائرة حول الكلية التي تنتمي لها)

كلية الحجاوي للهندسة.   *كلية تكنولوجيا المعلومات.* *كلية العلوم.*

شاكرين لكم حسن تعاونكم.

تابع الملحق ١

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

الفقرة الأولى:

* If *f(x) =10* at *x=2*, *f (2.01945546) = 9.06013456*, and *f (1.9900122) = 8.9401543124,*

- Is it possible to find the value of $lim_{x\to 2} f(x)$ from the given information? Why?

....

- If it is possible, what is the value of $lim_{x\to 2} f(x)$? Why?

....

الفقرة الثانية:

* If $f(x) = \frac{1-x}{1-x^2}$, answer the following questions:

1) What is the domain of *f(x)*?

2) Does the limit of *f(x) exist (as x goes to 1)*? If you have answered (yes), what is the limit of *f(x)* at this point?

3) Does the limit of *f(x) exist (as x goes to -1)*? If you have answered (yes), what is the limit of *f(x)* at this point?

4) What is the value of the function *f(x) at x=1*?

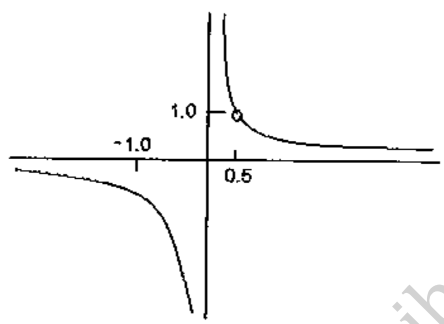
5) What is the value of the function *f(x) at x=-1*?

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

6) Is the following graph represents $f(x)=\frac{1-x}{1-x^2}$?

If not true, say why? And then correct the graph.

هل الشكل يمثل رسم الاقتران $f(x)=\frac{1-x}{1-x^2}$ ؟ اذا لا يمثله، وضح لماذا؟ وقم بتصحيح الرسم.



الشكل (١-١)

الفقرة الثالثة:

* In the following questions you are required to circle the number in front of your choice(s).

Circle the statement(s) that is/are true. If you think that none of them is true, circle the last choice.

أجب عن الأسئلة التالية بوضع دائرة على الرقم بجانب الاجابة/ الاجابات الصحيحة، حيث تحوي بعض منها على اكثر من اجابة صحيحة، ضع دائره حول الخيار الاخير اذا لم يكن اي منها صحيح.

1) If f is a funco n for which $lim_{x\to 2} f(x)=3$.

a) *f* is continuous at point *x=2.*

b) *f(x)* is defined at *x=2.*

c) *f(2)=3.*

d) None of the above mentioned statements.

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

2)If *f* is a function with the domain *R* -{ x_0},then:

a) *f* undefined at x_0 .

b) *f* is continuous at x_0 .

c) *f* defined but $lim_{x \to x0} f(x)$ does not exist.

d) None of the above mentioned statements.

3)The statement that" ***The limit of f(x) as x goes to 2 is 9"*** is equivalent to the statement.

العبارة "نهاية الاقتران f(x) عندما تقترب x من 2 هي 9" مكافئة للعبارة:

a) The value of *f(x)* at *x=2 is 9*.

b) The function *f(x)* is well- defined at *x=2*.

c) *x=2* is a boundary point.(x=2، هي نقطة حدوديه.)

d) None of the above mentioned statements.

4) If we want to find the limit of the function f at such point x_0 , it is necessary to examine.

اذا اردنا ايجاد نهاية الاقتران عند النقطة x_0 ، من الضروري أن نختبر:

a)The neighborhood of the point x_0 .(جوار النقطة x_0)

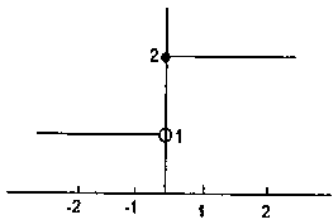
b)If the function f is defined at x_0 .

c)If the point x_0 is not a boundary point.

d) None of the above mentioned statements.

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

5) For the function *h(x)* graphed below:



الشكل (٢-١)

a) The function *h(x)* has a discontinuity at *x=1.*

b) $lim_{x\to 0}\, h(x) = 1\ and\ 2.$

c) The function continuous every where except on the interval *(1,2].*

3.19 الاقتران متصل في كل مكان ما عدا على الفترة (٢،١]

d) None of the above mentioned statements.

6) If $f(x)=\frac{1-x}{1-x^2}$.

a) The point *x=1*, is not in the domain of *f(x)*, because division by *0* is undefined.

b) If we try to find *f(1)*, we obtain *0/0*, then we conclude $lim_{x\to 1} f(x)$ does not exist.

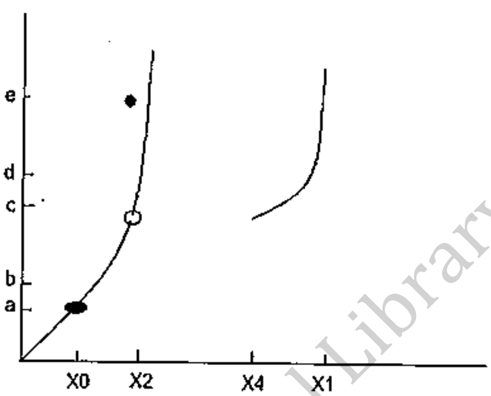
c) *Lim f(x) (as x goes to 1)* exists.

d) None of the above mentioned statements.

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

الفقرة الرابعة:

* For f graphed below, find:



الشكل (٣-١)

1) $\lim_{x \to x0} f(x)$

2) $\lim_{x \to x1} f(x)$

3) $\lim_{x \to x4} f(x)$

4) $f(x_1)$

5) The limit of f as x goes to x_2 is **(equal/ not equal)** to the function value of f at x=x_2.(Choose "equal" or " not equal" as an answer).

الفقرة الخامسة:

* The following table shows some x-values and the corresponding function values of a function F.

تابع الملحق ١

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

X	-2	-1.4	-1	-0.8	-0.4 0	0.0	0.8	1	1.4	2	2.8
F(x)	9	1.9044	0.25	0.0144	0.2704	1.1	2.1904	2.25	2.0164	1	0.0144

الجدول (١-١)

Answer the question:

- Is it possible to find the value of $lim_{x\to2} F(x)$ from the given information? If it is possible, what is the value of $lim_{x\to2} F(x)$? why?

....

-If it is not possible, why? -

....

الفقرة السادسة:

* Mark the statements about limits as true or false. Circle the T if you think that the statement is true or F if you think that it is false (not true).

1) (T F) A limit in calculus is a boundary which النهاية في الكالكولاس هي حد لا نستطيع اجتيازه one cannot exceed.

2) (T F) A limit describes where the value of a function goes as the value of x moves towards a certain point.

3) (T F) A limit is a number that the function value gets closer to but never reaches.

4) (T F) A limit is an approximation that can be made as accurate as you wish.

5) (T F) The limit of a function can fail to exist at a certain point.

6) (T F) If the function f has a limit at x_0 then it is continuous at that point.

تابع الملحق ١

أداة الإختبار التشخيصي المفاهيمي

7) (T F) The limit is a process, not a value.

8) (T F) If the limit of the function f exist, then it is a single number.

9) (T F) The limit of the function *f as x goes to* x_0 is the number we obtain by evaluating f(x) at x actually equal to x_0.

10) (T F) If x_0 is excluded from the domain of *f(x)*, then $lim_{x \to x0} f(x)$ doesn't exist.

11) (T F) To find the limit of a function *f* as *x* goes to x_0, $x_0$must be a boundary point.

12)(T F) For any continuous function *f*, the *limit of f(x) at any point* x_0 is simply the function value *f(*x_0*)*.

13) (T F) The function *f(x)* is undefined at$x$=x_0 , but the limit of *f(x)* as *x* goes to x_0 exist .

الفقرة السابعة:

* Describe in your own words what it means to say that the limit of a function *f* *(as x goes to* x_0 *)* is some number L.

اكتب بكلماتك الخاصة ماذا يعني: نهاية الاقتران f (عندما يقترب العددx من x_0) هو L.

....

....

الملحق ٢

أداة المقابلة

١- لإيجاد قيمة نهاية الإقتران ق(س) عند العدد (س.)، يكفي معرفة صورة عددان على يمين ويسار العدد (س.)؟ (نعم/ لا) مع ذكر السبب.

٢- ماذا تعني النهاية في الرياضيات؟

٣- نهاية الإقتران عند العدد (س.) هي صورة (س.) في الإقتران؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب.

٤- إذا كانت نهاية الإقتران موجودة فهذا يعني أن الإقتران متصل؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب.

٥- إذا كان الإقتران متصل عند (س.) فهذا يعني أن النهاية موجودة عند (س.)؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب.

٦- مفهوم النهاية في مقرر حساب التفاضل والتكامل لا تختلف عن مفهومها في الحياة العملية، فهي حد/ حدود لا يمكن تجاوزها؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب.

٧- النهاية هي العملية التي نقوم بها لإيجاد قيمة الإقتران عند نقطةٍ معينة؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب.

٨- يمكن القول بأن نهـا ق(س)= ٠، ∞، عندما تؤول (س) إلى (٢)، إذا كانت نهـا ق(س)=٠، عندما (س) تؤول إلى ٢ من اليمين، وكانت نهـا ق(س)=∞، عندما (س) تؤول إلى ٢ من اليسار؟ (نعم/ لا)، مع ذكر السبب.

الملحق ٣

كتاب عميد كلية التربية الموجه إلى مدير دائرة القبول والتسجيل للحصول على أعداد الطلبة في مقرر التفاضل والتكامل ر(١٠٢) للعام الجامعي ٢٠١٣/٢٠١٤

بسم الله الرحمن الرحيم.

الدكتورة عميد كلية التربية المحترمة / د. أمل خصاونة.

المستدعية: سوسن طه جرادات / 2011403007

كلية التربية

الموضوع: طلب كتاب تسهيل مهمة ٨٠٧

١٤٠٥

ارجو التكرم بإعطائي كتاب تسهيل مهمة الحصول على أعداد الطلبة الذين على مقاعد الدراسة في مادة تفاضل وتكامل ١٠٢ "Calculus 102" حيث أنني بحاجة لجمع البيانات من مجتمع الدراسة وذلك لغايات بحثية في الدراسة التي أتقدم لها والتي تحمل عنوان "الأخطاء المفاهيمية في مفهومي النهاية والاتصال لدى طلبة التخصصات العلمية في جامعة اليرموك".

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام.

دائرة القبول

المستدعية الطالبة:

سوسن طه جرادات

سوسن

٨٠٠١

مدير دائرة القبول والتسجيل

تقوم الطالبة سوسن طه جرادات بإجراء دراسة لمتطلب الحصول على درجة الماجستير ويقتضي ذلك معرفة أعداد الشعب لمساق تفاضل وتكامل (١٠٢) وأعداد الطلبة في تلك الشعب، وكذلك كشف بأسماء طلبة تلك الشعب أو أرقامهم الجامعية لتتمكن من تحديد عينة الدراسة فالرجاء ...

ولكم جزيل الشكر.

مع خالص الشكر والتقدير

أ.د. أمل خصاونة

رئيس الصدور

لتسهيل أمرها

حسب الأصول

٩/١٠

الملحق ٤

كتاب عميد كلية التربية الموجه إلى رئيس جامعة اليرموك للحصول على إذن بتطبيق الدراسة في كلية العلوم

جامعـــة اليرمـــوك
YARMOUK UNIVERSITY

جامعة اليرموك - رئاسة الجامعة
الـــــــوارد
٢ تشرين ٢٠١٣
رقم الملف ......٩٤٩٥......

كليـــة التربيـــة
مكتـــب العميـــد

الرقم: ك ت/١٠٢/ل ٧
التاريخ: ٢٦/ذو القعدة/ ١٤٣٤
الموافق: ٢/تشرين الأول/ ٢٠١٣

الأستاذ الدكتور رئيس الجامعة

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته ،،،

تقوم الطالبة سوسن طه جرادات، ورقمها الجامعي (٢٠١١٤٠٣٠٠٧) بدراسة بعنوان "الأخطاء المفاهيمية في مفهومي النهاية والاتصال لدى طلبة الكليات العلمية في جامعة اليرموك"؛ وذلك استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير،(تخصص مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها) من كلية التربية ويستدعي ذلك توزيع اختبار على طلبة مساق التفاضل والتكامل (٢) (ر ١٠٢).

أرجو التكرم بالاطلاع والموافقة على تسهيل مهمة الطالبة المذكورة أعلاه.

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام،،،

عميد كلية التربية

أ.د. أمل خصاونة

تلفون: ٧٢١١١١١ - ٢ - ٩٦٢ + فاكس: ٧٢١١١٩٩ - ٢ - ٩٦٢ + اربد - الأردن
Tel: + 962 - 2 - 721111 Fax: + 962 - 2-7211199 Irbid - Jordan E-mail: fac_edu@yu.edu.jo http://www.yu.edu.jo

Abstract

Jaradat, Sawsan Taha Mustafa. Misconceptions in the Concepts of Limit and Continuity among the Students of Scientific Disciplines at Yarmouk University. Thesis, Yarmouk University, 2014. (Supervisor: Professor Amal Abdullah Khasawneh).

This study aimed to investigate the conceptual errors in the concepts of limit and continuity, which were committed by the students of scientific disciplines in the faculties of Science, Hijjawi for Engineering Technology, and Information technology and computer science at Yarmouk University. For the purposes of collecting data in this study, a conceptual diagnostic test was used, which was prepared in light of a set of principles and objectives. The study was conducted in two phases, the first phase, The conceptual diagnostic test was introduced for a sample of (266) students of scientific disciplines at the university who have successfully passed the course calculus (101) and registered the course calculus (102), at the beginning of the first semester of the year (2013/2014). In the second phase, Interviews were conducted for a (12) male and female students of the sample that was selected randomly from students who have committed set of errors in the conceptual diagnostic test.

The results showed a number of misconceptions that have been classified into (6) different categories:

misconceptions in student's perception of the limit concept and limit of a function at a point, misconceptions in linking between limit and continuity and if the function is defined at the given point, misconceptions in understanding the informal definition of the limit of a function at some point, misconceptions in the properties of limit of a function at a point, misconceptions in the basics of continuity of a function at a point, and other

errors included procedural errors and errors in understanding the properties of rational functions. In light of the findings, a set of recommendations were provided.

Keywords: Conceptual misconceptions, Calculus, Limit concept, Continuity concept, Scientific disciplines.